KEEFEKTIFAN PENGGUNAAN PROGRAM *MATHEMATICA* UNTUK MENINGKATKAN MOTIVASI BELAJAR DAN PEMAHAMAN KONSEP KOMBINATORIKA PADA MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA UKI TORAJA

TESIS

Oleh :

Enos Lolang

NIM 100311505639

UINVERSITAS NEGERI MALANG

PROGRAM PASCASARJANA

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA

FEBRUARI 2013

Tesis oleh Enos Lolang ini telah diperiksa dan disetujui untuk diuji.

Malang, 14 Februari 2013
Pembimbing I

Prof. Drs. Purwanto, Ph.D.
NIP. 195902011985021001

Malang, 14 Febaruari 2013
Pembimbing II

Drs. Muchtar Abdul Karim, M.A.
NIP. 194707071974121001

Tesis oleh Enos Lolang ini telah dipertahankan di depan dewan penguji pada tanggal 21 Januari 2013.

Dewan penguji

Prof. Drs. Purwanto, Ph.D. (Ketua)
NIP 195902011985021001

Drs.Muchtar Abdul Karim, M.A. (Anggota)
NIP 194707071974121001

Dr. Santi Irawaty (Anggota)
NIP 196507291991032002

Dr. H. Abdur Rahman As'ari, M.Pd., M.A. (Anggota)
NIP 196203011985031003

Mengetahui,
Direktur PPS

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
UNIVERSITAS NEGERI MALANG
PASCASARJANA

Prof. Dr. I Nyoman S. Degeng, M.Pd
NIP 195809231985021001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini

Nama	Enos Loiang
NIM	100311505639
Jurusan/Program Studi	Pendidikan Matematika Pascasarjana

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa tesis yang saya tulis ini benar-benar tulisan saya, dan bukan merupakan plagiasi baik sebagian atau seluruhnya

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa tesis ini hasil plagiasi, baik sebagian atau seluruhnya, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Malang, 14 Februari 2013

Yang membuat pernyataan

METERAI TEMPEL

6000

Enos Loiang

KEEFEKTIVAN PENGGUNAAN PROGRAM MATHEMATICA UNTUK MENINGKATKAN MOTIVASI BELAJAR DAN PEMAHAMAN KONSEP KOMBINATORIKA PADA MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA UKI TORAJA

TESIS

Oleh
Enos Lolang
NIM 100311505639

UNIVERSITAS NEGERI MALANG
PROGRAM PASCASARJANA
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JUNI 2012

KEEFEKTIVAN PENGGUNAAN PROGRAM MATHEMATICA UNTUK MENINGKATKAN MOTIVASI BELAJAR DAN PEMAHAMAN KONSEP KOMBINATORIKA PADA MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA UKI TORAJA

Tesis

Pembimbing

Prof. Drs. Purwanto, Ph.D.
Drs. Muchtar Abdul Karim, M.A.

Oleh
Enos Lolang
NIM 100311505639

UNIVERSITAS NEGERI MALANG
PROGRAM PASCASARJANA
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JUNI 2012

KATA PENGANTAR

Dengan memanjatkan puji dan syukur kepada Tuhan Yang Maha Kuasa, penulis menyampaikan laporan hasil penelitian ini sebagai salah satu persyaratan penyelesaian tugas akhir pada Program Studi Pendidikan Matematika Program Pascasarjana Universitas Negeri Malang.

Penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya kepada Bapak Prof. Drs. Purwanto, Ph.D., sebagai Pembimbing I dan kepada Bapak Drs. Muchtar A. Karim, M.A., sebagai Pembimbing II dalam penyusunan tesis ini. Penulis juga menyampaikan terima kasih yang setinggi-tingginya kepada Prof. John. M. Keller (Florida State University), yang telah memberikan petunjuk-petunjuk dalam rangka penyusunan instrumen penelitian ini.

DAFTAR ISI

BAB I
PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Kombinatorika atau analisis kombinatorial, secara sederhana dapat dinyatakan sebagai seni menyusun objek-objek berdasarkan aturan-aturan tertentu (Cameron, 1994:2) yang membahas tentang eksistensi, enumerasi, analisis, dan optimasi dari suatu struktur diskrit (Brualdi, 2004:3). Kombinatorika sering pula disebut seni mencacah (*art of counting*) tanpa menghitung, karena objek-objek dalam suatu himpunan dapat dicacah tanpa harus mendaftar semua objek tersebut (Townsend, 1987:40). Definisi lain menyatakan bahwa kombinatorika adalah cabang dari Matematika Diskrit yang membahas permasalahan yang berhubungan dengan pencacahan (Acharjya, 2009:141). Jadi berdasarkan definisi-definisi tersebut di atas, dapat disimpulkan bahwa kombinatorika adalah cabang dari Matematika Diskrit yang merupakan seni mencacah untuk menentukan eksistensi, enumerasi, analisis dan optimasi dari objek-objek diskrit, tanpa harus mendaftar semua objek tersebut.

Kombinatorika merupakan subjek matematika yang tergolong tua (Bjorner, 1999:1) tetapi sekaligus merupakan salah satu cabang matematika yang paling terakhir dikembangkan (Kac, 2008:50). Istilah kombinatorika pertama kali diperkenalkan oleh G.W. Leibniz sejak abad ke-17, tetapi baru terpisah sebagai kategori tersendiri dalam beberapa puluh tahun terakhir (Bjorner, 1999:2). Saat ini perkembangan dan penerapan kombinatorika sudah sangat luas karena sifatnya yang khas. Sifat ini diakibatkan oleh dua faktor. Pertama, kombinatorika cenderung lebih meluas dari pada mendalam. Kedua, kombinatorika lebih mengutamakan teknik (cara) dibandingkan hasil. Karena kedua faktor ini tugas pengajaran menjadi lebih berat. Membaca referensi atau melaksanakan proses pembelajaran harus berlangsung secara inheren. Jika kita mengikuti suatu alur saja, maka kita akan melewatkan keterkaitan esensial dari kombinatorika (Cameron, 1994:1).

Kombinatorika memiliki terapan dalam semua cabang matematika karena kombinatorika meliputi ide-ide yang luas dan karena karakteristiknya yang mendasar. Cakupan kombinatorika yang dikenal sampai saat ini antara lain studi tentang graph dan jaringan, blok, game, transversal, dan masalah enumerasi yang berkaitan dengan permutasi dan kombinasi. Karena demikian luasnya kajian yang melibatkan kominatorik, muncullah berbagai tema utama yang menghubungkan ide yang sangat bervariasi (Bryant, 1980:vii). Dalam kehidupan sehari-hari, penerapan kombinatorika juga dapat dijumpai dalam pengaturan komputer dan jaringan telekomunikasi, perkiraan kartu poker, pembagian tugas bagi para pekerja, atau pemasangan tanda nomor kendaraan.

Selain itu, dengan semakin cepatnya perkembangan teknologi perangkat keras seperti prosesor dan memory, memungkinkan komputer dapat menyelesaikan masalah dalam skala besar yang pada masa sebelumnya tidak mungkin dapat diselesaikan. Meskipun demikian, komputer hanya merupakan benda mati yang tidak dapat berfungsi dengan sendirinya jika tidak dioperasikan oleh manusia. Komputer harus diprogramkan agar dapat beroperasi dan menyelesaikan algoritma tertentu.

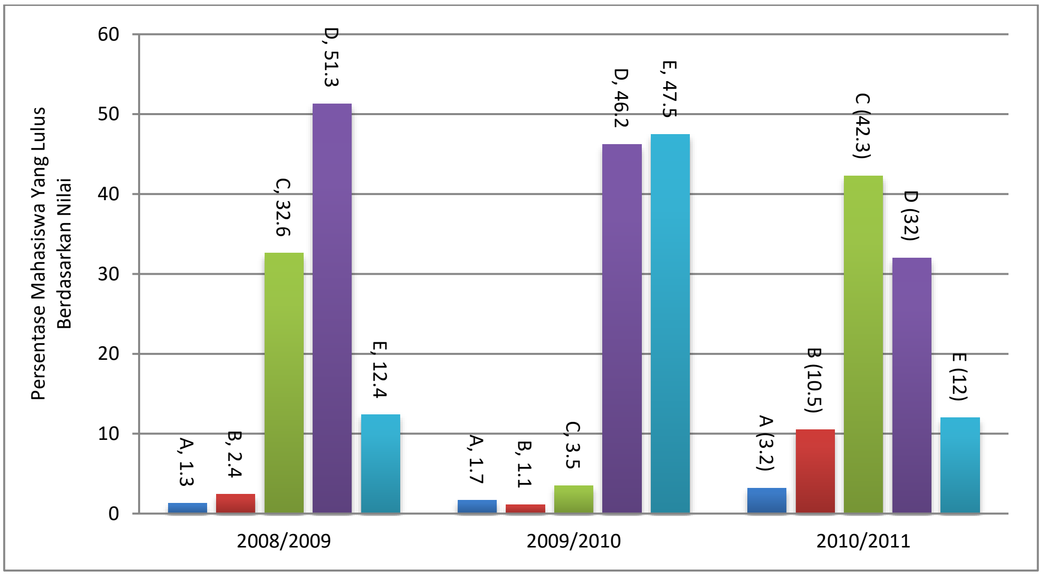
Bahasa atau kode-kode pemrograman biasanya merupakan algoritma kombinatorial. Analisis algoritma berkaitan dengan efisiensi waktu dan kapasitas ruang penyimpanan data, juga memerlukan banyak pemikiran kombinatorial. Data yang tersimpan di dalam suatu perangkat komputer haruslah terbatas dan algoritma yang dilakukan oleh komputer terdiri atas sejumlah langkah-langkah yang berhingga. Dengan demikian banyak terapan kombinatorika berperan penting dalam penelaahan struktur dan algoritma data dalam ilmu komputer.

Sampai saat ini penerapan kombinatorika tidak hanya dijumpai dalam bidang matematika terapan seperti fisika, tetapi juga dapat dijumpai dalam bidang ilmu-ilmu sosial, biologi, teori informasi (Brualdi, 2004:1-2), mekanika statistik dan kimia struktur (Bender, 2005:1). Karena demikian luasnya peranan kombinatorika dalam komputer maka dapat dikatakan bahwa kombinatorika memegang peranan penting bagi seluruh aspek kehidupan manusia.

Karena pentingnya peranan kombinatorika dalam kehidupan manusia, maka mahasiswa yang telah mempelajari mata kuliah matematika diskrit harus memiliki kompetensi yang maksimal dalam topik ini. Namun kompetensi ini belum terlihat pada mahasiswa jurusan pendidikan matematika UKI Toraja. Hal ini diakibatkan oleh karena masih rendahnya motivasi mahasiswa mempelajari mata kuliah matematika diskrit. Dalam mengikuti mata kuliah Matematika Diskrit dan mata kuliah teori lainnya seperti Analisis Real, Analisis Kompleks, Struktur Aljabar, dan Persamaan Diferensial, terlihat bahwa kehadiran mahasiswa hanya mencapai 83%, dibandingkan dengan kehadiran mahasiswa dalam mengikuti mata kuliah lainnya, yang persentasenya sekurang-kurangnya 96% (Rekapitulasi Daftar Hadir Perkuliahan mahasiswa Jurusan Matematika UKI Toraja).

Selanjutnya, berdasarkan data laporan Evaluasi Program Studi Berbasis

Evaluasi Diri (EPSBED) Jurusan Pendidikan Matematika UKI Toraja tahun akademik 2008/2009 sampai dengan tahun akademik 2010/2011, tingkat kelulusan mahasiswa dalam mata kuliah Matematika Diskrit tergolong sangat rendah. Bahkan pada tahun akademik 2009/2010, sebagian besar mahasiswa tidak lulus mata kuliah matematika diskrit karena tingkat kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal belum mencapai standar kelulusan. Tingkat kelulusan mahasiswa dalam mata kuliah ini terlihat sangat berbeda dengan kelulusan dalam mata kuliah lainnya. Hal ini terjadi karena kemampuan mahasiswa dalam mata kuliah ini memang tergolong rendah. Persentase kelulusan mahasiswa dalam mata kuliah Matematika Diskrit berdasarkan nilai ditunjukkan pada Gambar 1.1.



Gambar 1.1. Persentase Kelulusan mahasiswa Pada Mata Kuliah Matematika Diskrit Tahun Akademik 2008/2009 – 2010/2011

Faktor lain yang juga menyebabkan rendahnya kompetensi mahasiswa dalam mata kuliah Matematika Diskrit adalah kurangnya kreativitas dosen yang mengajarkan mata kuliah tersebut. Dosen melakukan proses pembelajaran dengan metode ceramah tanpa variasi atau dengan pendekatan lain yang mungkin dapat mengurangi rasa jenuh mahasiswa mengikuti perkuliahan. Dosen juga tidak mempertimbangkan perbedaan karakteristik mahasiswa sehingga kebutuhan mahasiswa terhadap mata kuliah tidak terakomodasi. Kelemahan-kelamahan ini mengakibatkan rendahnya motivasi mahasiswa untuk mempelajari mata kuliah tersebut dan akhirnya prestasi mahasiswa tidak memuaskan.

Mahasiswa pada jurusan pendidikan matematika UKI Toraja memiliki latar belakang pendidikan berbeda-beda. Sebagian mahasiswa berasal dari sekolah-sekolah yang cukup maju dengan fasilitas pembelajaran lebih lengkap sehingga pengetahuan dasar dalam matematika cukup luas. Tetapi sebagian mahasiswa lainnya memiliki kemampuan dasar matematika yang sangat terbatas karena pembelajaran matematika di sekolah asalnya diselenggarakan dengan fasilitas yang terbatas pula. Sebagian mahasiswa berasal dari sekolah-sekolah kejuruan. mahasiswa yang berasal dari sekolah menengah kejuruan sering mengalami hambatan dalam pemahaman konsep dasar matematika, karena pelajaran matematika yang telah mereka dapatkan pada umumnya berorientasi terapan.

Rendahnya pemahaman mahasiswa terhadap konsep kombinatorika dapat terlihat dari rendahnya skor yang diperoleh dalam sebagian besar topik matematika diskrit. Berdasarkan hasil tes formatif untuk pokok bahasan kombinatorika terlihat bahwa sebagian besar mahasiswa tidak memahami materi. Pada tahun ajaran 2009/2010, hasil tes formatif untuk topik kombinatorika menunjukkan hanya sekitar 3% peserta mata kuliah yang memenuhi standar kelulusan. Persentase ini tidak mengalami perubahan yang nyata sampai akhir semester karena dari enam kelas mahasiswa peserta mata kuliah matematika diskrit, sebagian besar mahasiswa memperoleh nilai D (46.2%) dan nilai E

(47,5%). (Laporan Evaluasi Diri Jurusan PMIPA UKI Toraja, 2011:19). Jika kondisi ini tidak segera diatasi, maka dampak negatifnya akan dirasakan sampai kepada mahasiswa-siswa sekolah menengah di Kabupaten Tana Toraja. Prestasi mahasiswa menjadi rendah dan akhirnya tingkat pengetahuan masyarakat juga rendah.

Salah satu upaya yang dapat dilakukan untuk meningkatkan pemahaman mahasiswa dalam mata kuliah Matematika Diskrit adalah dengan memilih strategi atau metode pembelajaran yang tepat. Dalam pembelajaran matematika khususnya untuk penyelesaian masalah logika dan kombinatorika, strategi *Computer-Aided Instructional* memiliki keunggulan dibandingkan strategi pembelajaran lainnya karena strategi ini dapat menyebabkan perhatian mahasiswa lebih terpusat. Selain itu strategi ini juga dapat meningkatkan keinginan mahasiswa untuk berdiskusi dan berkolaborasi dalam menyelesaikan suatu masalah. Karena itu strategi pembelajaran dengan memanfaatkan fasilitas komputer perlu dikembangkan dalam dunia pendidikan sejalan dengan kemajuan teknologi, komunikasi, dan informasi.

Penelitian yang dilakukan oleh Tahir terhadap tiga kelompok perlakuan pendekatan pembelajaran di Pakistan menunjukkan adanya perbedaan tingkat kemampuan dan daya ingat mahasiswa dalam pokok bahasan konsep matriks antara mahasiswa yang diajar dengan pendekatan CBI (*Computer-Based Instruction*) dan CBL (*Computer Based Learning*) dengan pembelajaran tradisional, yaitu pembelajaran yang dilakukan dengan pola TC (*teacher-centered learning*). Dengan rancangan penelitian *Posttest-Only Control Group Design,* Tahir menyimpulkan bahwa pendekatan CBL memiliki pengaruh yang lebih tinggi dari pendekatan CBI, dan pendekatan CBI memberikan pengaruh yang lebih tinggi dari pendekatan TC (Tahir, 2005:203-207).

Dikemukakan pula oleh Krisnadi (2010) bahwa pembelajaran berbantuan komputer (CAI) yang dikembangkan dengan menggunakan *Authorware 6.5* untuk merancang suatu interface program komputer yang interaktif, dapat meningkatkan pemahaman mahasiswa pada materi kombinatorik dengan indeks gain sebesar 0,54. Selain itu program CAI berpengaruh pula terhadap retensi mahasiswa pada materi kombinatorik. Nilai retensi mahasiswa terhadap materi pokok bahasan kombinatorik adalah sebesar 90% pada retes 1 dan 89% pada retes 2 adalah sebesar 89%. Retensi sebesar 89% masih tergolong ke dalam kategori baik. Berdasarkan hasil pengujian hipotesis, retensi mahasiswa terhadap materi pada topik kombinatorik berada dalam kategori baik dan bermakna pada taraf signifikasi sebesar 0,05 (α = 0,05). Jadi, program CAI yang telah dikembangkan efektif terhadap retensi mahasiswa pada materi kombinatorik (Krisnadi, 2010:121-122).

Peningkatan kemampuan komputer dan perkembangan telekomunikasi menghasilkan perangkat-perangkat teknologi komunikasi dan informasi yang sangat bermanfaat dan memberikan implikasi penting dalam pendidikan matematika dan teknik. Penggunaan program-program komputer sangat efektif untuk memberikan penjelasan analisa grafik maupun metode numerik misalnya penjelasan visualisasi metode Newton, penggunaan metode Runge-Kutta, atau implementasi aturan Simpson secara detail dengan tingkat presisi yang tinggi. *Mathematica*, merupakan salah satu perangkat lunak yang sangat tepat digunakan dalam proses belajar mengajar, karena dapat digunakan oleh mahasiswa untuk menyelesaikan berbagai masalah matematika tanpa harus menguasai algoritma bahasa pemrograman komputer yang rumit. Pada pembelajaran kalkulus, program aplikasi ini diyakini dapat membebaskan mahasiswa dari prosedur penghitungan yang membosankan serta memungkinkan guru mengajarkan cara menganalisa masalah secara bertahap. Dalam bidang geometri, penggunaan program ini sangat membantu tugas-tugas pengajaran. Bahkan menurut Krantz (1999: 22), tidak ada program yang menandingi Mathematica dalam upaya menjelaskan sifat-sifat permukaan di dalam suatu ruang dengan analisis dari berbagai sudut pandang.

Program *Mathematica* yang dikembangkan oleh *Wolfram Research Inc.* merupakan bahasa pemrograman komputer tingkat tinggi, yang dapat digunakan untuk menyelesaikan pernyataan-pernyataan matematis secara simbolik, numerik, dan grafis (Hassani, 2003:1). Sistem pemrograman Mathematica terdiri atas *rutin-rutin* yang sangat besar dan kompleks serta mengandung fungsi-fungsi untuk menyelesaikan berbagai tugas dalam sains, matematika, dan teknik, termasuk pemrograman komputer, representasi pengetahuan, dan visualisasi informasi. Dalam bidang matematika, program ini dapat digunakan untuk menyelesaikan perhitungan dalam aljabar, aritmetika, geometri, kalkulus, dan trigonometri. Secara khusus dalam mata kuliah Matematika Diskrit, *Mathematica* dapat dimanfaatkan sebagai sarana presentasi teks, simbol, maupun sebagai peraga visual untuk menjelaskan prinsip-prinsip dasar kombinatorika seperti permutasi, kombinasi, dan sifat-sifat graph. Fungsi-fungsi kombinatorika dalam Mathematica sangat bervariasi, karena program Mathematica sendiri pada awalnya dikembangkan dari program *Combinatorica* yang khusus digunakan untuk menyelesaikan masalah kombinatorika dalam matematika (Pemmaraju, 2002:xii).

Berdasarkan contoh-contoh penerapan pembelajaran berbantuan komputer yang telah dikemukakan dan keandalan fungsi-fungsi kombinatorik dalam program Mathematica, diharapkan penggunaan program tersebut dapat meningkatkan motivasi dan pemahaman mahasiswa jurusan pendidikan matematika UKI Toraja.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka rumusan masalah dalam penelitian ini dapat dikemukakan sebagai berikut:

1. Apakah motivasi belajar dan pemahaman konsep kombinatorika mahasiswa UKI Toraja yang diajar dengan program *Mathematica* lebih tinggi dibanding kelompok mahasiswa yang diajar tanpa menggunakan program *Mathematica*?
2. Apakah pembelajaran dengan program *Mathematica* lebih efektif meningkatkan motivasi belajar dan pemahaman konsep kombinatorika mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika UKI Toraja dibanding pembelajaran tanpa menggunakan program *Mathematica*?

C. Hipotesis Penelitian

Hipotesis dalam penelitian ini disusun berdasarkan rumusan masalah yang telah dijabarkan sebelumnya. Adapun hipotesis penelitian ini adalah:

1. Motivasi belajar dan pemahaman konsep kombinatorika mahasiswa UKI Toraja yang diajar dengan program *Mathematica* lebih tinggi dibanding kelompok mahasiswa yang diajar tanpa menggunakan program *Mathematica*.
2. Pembelajaran dengan program *Mathematica* lebih efektif meningkatkan motivasi belajar dan pemahaman konsep kombinatorika mahasiswa Program

Studi Pendidikan Matematika UKI Toraja dibanding pembelajaran tanpa menggunakan program *Mathematica*.

D. Kegunaan Penelitian

Hasil dari pelaksanaan penelitian ini diharapkan akan memberikan manfaat bagi UKI Toraja, khususnya komponen-komponen akademik berikut ini:

1. Dosen

Jika hasil penelitian ini membuktikan bahwa penggunaan program *Mathematica* dalam pembelajaran dapat meningkatkan motivasi dan hasil belajar mahasiswa, maka diharapkan dosen mata kuliah lainnya menerapkan strategi pembelajaran dengan bantuan teknologi komputer.

2. mahasiswa.

Dengan berlangsungnya penelitian ini, mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika UKI Toraja mendapatkan pengalaman belajar baru. mahasiswa akan termotivasi mempelajari materi kuliah yang relatif bersifat abstrak seperti Matematika Diskrit. Selain itu mahasiswa juga dapat memperluas wawasan dengan menerapkan cara belajar dengan bantuan program komputer untuk mempelajari matakuliah lainnya.

3. Fakultas

Hasil yang didapat dari penelitian ini juga bermanfaat dalam rangka meningkatkan kualitas proses pembelajaran di FKIP UKI Toraja sebagai salah satu lembaga pendidikan tenaga kependidikan dalam lingkup wilayah Kopertis IX Sulawesi.

E. Asumsi Penelitian

Pelaksanaan tes awal dalam suatu penelitian eksperimen dapat mempengaruhi tes akhir karena pada dasarnya setiap peserta tes cenderung mengingat tes yang pernah dikerjakan, kemudian berlatih menyelesaikan soal serupa atau mencari strategi penyelesaian tes tersebut. Jadi tes awal itu sendiri merupakan soal latihan untuk tes akhir. Akibatnya pemberian perlakuan yang kecil dapat mengakibatkan pengaruh signifikan terhadap hasil tes akhir. Dengan memilih rancangan Solomon empat kelompok, pengaruh tes awal terhadap tes akhir dapat dikalibrasi.

Pengembangan teknologi pembelajaran bertujuan memudahkan peserta didik dalam mengolah informasi yang disampaikan guru kemudian menerapkannya dalam kehidupan sehari-hari. Program-program komputer yang ada sekarang ini memungkinkan kreatifitas yang tak terbatas untuk dimanfaatkan sebagai sarana bantu dalam pembelajaran. Rancangan atau modifikasi program komputer dapat dimanfaatkan untuk memberi penjelasan yang lebih detail, akurat, dan tidak keliru kepada peserta didik. Program *Mathematica* memiliki banyak keunggulan dibanding program lainnya untuk menanamkan pemahaman materi kuliah matematika karena program ini lebih spesifik untuk menyelesaikan soal-soal matematika. Karena itu penelitian ini dilakukan dengan memanfaatkan program *Mathematica.*

F. Definisi Operasional

Motivasi adalah dorongan yang timbul pada diri seseorang secara sadar atau tidak sadar untuk melakukan suatu tindakan dengan tujuan tertentu (Kamus Besar Bahasa Indonesia, 2005:756). Motivasi juga didefinisikan sebagai konsep hipotetis mengenai suatu kegiatan yang dipengaruhi oleh persepsi dan tingkah laku seseorang untuk mengubah situasi yang tidak memuaskan atau tidak menyenangkan (Uno, 2011:6). Menurut Wlodkowski (1985) dalam Siregar dan Nara (2010:49), motivasi adalah suatu kondisi yang menyebabkan timbulnya perilaku tertentu dan yang memberi arah serta ketahanan pada tingkah laku tersebut. Jadi motivasi belajar adalah dorongan yang timbul pada diri seseorang secara sadar atau tidak sadar untuk melakukan tindakan belajar dengan tujuan meingkatkan prestasi belajarnya. Indikator yang menunjukkan seseorang mempunyai motivasi belajar dapat dilihat dari ketekunan belajar, ketekunan dalam meningkatkan status sosialnya, bersaing, menghargai karya orang lain, kreatif, bercita-cita.

Pemahaman, adalah suatu keadaan dimana mahasiswa dapat menyelesaikan soal yang dipilih berdasarkan indikator yang telah ditentukan dalam SAP Mata Kuliah Matematika Diskrit.

Konsep adalah suatu ide atau pengertian yang diabstrakkan dari peristiwa konkret, atau gambaran mental dari objek, proses, atau apapun yang ada di luar bahasa yang digunakan oleh akal budi untuk memahami hal-hal lain (Kamus Besar Bahasa Indonesia Edisi Ketiga, 2005:588).

Mathematica adalah suatu program aplikasi komputer yang dikembangkan oleh *Wolfram Research Inc*. Program yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Wolfram Mathematica* versi 8.0.1.

Matematika Diskrit adalah salah satu mata kuliah wajib berdasarkan kurikulum Jurusan Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Indonesia Toraja, UKI Toraja Tahun Akademik 2011/2012 pada saat penelitian ini dilaksanakan.

Kombinatorika adalah salah satu sub pokok bahasan dalam mata kuliah matematika diskrit. Materi kombinatorika terdiri atas (1) dasar-dasar kombinatorika, (2) prinsip pigeonhole, (3) permutasi dan kombinasi, (4) Koefisien binomial, (5) prinsip inklusi-eksklusi, (6) relasi rekurrensi, dan (7) fungsi pembangkit.

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

A. Teori Motivasi Akademik

Keberhasilan studi mahasiswa dipengaruhi oleh banyak faktor, baik yang berasal dari dalam maupun dari luar diri mahasiswa. Proses pembelajaran dapat dijelaskan berdasarkan berbagai teori belajar dan juga dengan memperhatikan aspek motivasi mahasiswa. Dalam proses pembelajaran, dosen sering menjumpai adanya mahasiswa yang dinilai cerdas tetapi prestasi belajarnya tidak memuaskan. Gejala ini dapat dianalisis dengan menggunakan skema analisis kinerja Romiszowski (1984). Menurut Romiszowski, kinerja atau *performance* yang rendah dapat disebabkan oleh faktor yang berasal dari dalam atau dari luar diri mahasiswa.

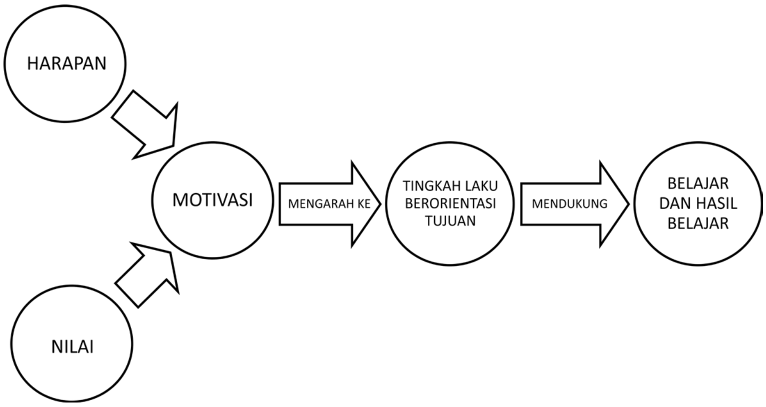
Gambar 2.6. Analisis Hasil Kinerja Yang Rendah
(Sumber: Suciati, 2001:50)

Pada saat seorang mahasiswa memasuki jenjang pendidikan tinggi dan memiliki kendali sendiri yang lebih besar terhadap apa, kapan, dan bagaimana mereka mengikuti perkuliahan serta cara belajar, maka motivasi memegang peran penting untuk menuntun sikap mereka. Selain itu, karena terdapat berbagai tujuan yang menyerap perhatian, waktu, dan tenaga, maka pembelajar sangat penting memahami hal-hal yang mungkin dapat meningkatkan atau menghambat motivasi mahasiswa dalam mencapai tujuan tertentu yang berhubungan dengan kegiatan akademik.

Pendekatan utama analisis motivasi akademik terletak pada tiga asumsi dasar yaitu (1) motivasi individual, yaitu hasil interaksi antara faktor lingkungan dengan karakteristik tertentu dari peserta didik, (2) mahasiswa adalah pemroses informasi yang aktif, dan (3) motif, kebutuhan, dan tujuan mahasiswa dalam belajar adalah pengetahuan eksplisit. Selain asumsi tersebut, setiap pandangan tentang motivasi juga memuat asumsi secara spesifik. Model motivasi berorientasi tujuan misalnya, mempunyai peran motivasional dari tujuan yang berkaitan dengan prestasi mahasiswa (Gredler, 2011:478-479).

Dalam konteks pembelajaran, motivasi mempengaruhi arah, intensitas, ketekunan, dan kualitas sikap belajar dimana pembelajar terlibat (Ambrose, et al., 2010:68-69). Terdapat dua konsep penting untuk memahami motivasi. Kedua konsep tersebut adalah (1) nilai subjektif dari suatu tujuan dan (2) harapan kesuksesan mencapai tujuan. Gambar 2.6 memperlihatkan keterkaitan kedua konsep dalam membentuk motivasi untuk mencapai keberhasilan yang akhirnya akan terlihat sebagai peningkatan hasil belajar mahasiswa.

Gambar 2.6 memperlihatkan bahwa nilai-nilai dan harapan-harapan berinteraksi di dalam konteks lingkungan yang lebih luas. Dari sudut pandang mahasiswa lingkungan dapat bersifat mendukung, dapat juga menghambat motivasi. Dinamika kelas yang kompleks, bunyi-bunyian, peranan hubungan antar individu, suasana dan struktur pola komunikasi, dapat bergabung dan dapat memberikan dukungan ataupun hambatan berkembangnya motivasi mahasiswa.



Gambar 2.6: Pengaruh Harapan dan Nilai Terhadap Hasil Belajar
(Sumber: Ambrose, et al., 2010:70)

Jadi dalam rangka memahami motivasi mahasiswa, maka suatu tujuan memiliki nilai dan harapan untuk berhasil lebih besar, dan lingkungan belajar mendukung, maka motivasi akan meningkat. Tetapi jika hanya sedikit nilai yang terkait dengan tujuan pembelajaran atau harapan untuk berhasil lebih kecil, atau lingkungan tidak mendukung, maka motivasi mahasiswa akan rendah.

Suasana kelas dapat diupayakan lebih menarik jika pembelajar melakukan metode, strategi, dan pendekatan pembelajaran yang kreatif dan bervariasi. sehingga motivasi belajar mahasiswa akan meningkat. Suasana kelas akan lebih interaktif dan dinamis apabila pembelajaran dilakukan dengan memanfaatkan komputer karena motivasi intrinsik mahasiswa akan terbangun (Porter, 2000:74).

B. *Visual Learning* Dalam Pembelajaran Kombinatorika

1. Matematika Visual

Belajar menyelesaikan soal-soal matematika merupakan sifat yang esensial dalam perkembangan matematika (van Garderen dan Motague, 2002:246), tetapi keterampilan untuk menyelesaikan soal matematika tidak dikuasai oleh kebanyakan siswa. Hal ini disebabkan oleh karena objek matematika berada di luar ruang dan waktu. Sebaliknya materi yang dikenal dalam ilmu-ilmu alam, terdiri atas benda-benda fisis yang terletak di dalam ruang dan waktu (Mancosu, et al.,2005:59). Dengan demikian mahasiswa dapat mengalami kesulitan menyelesaikan soal-soal yang behubungan dengan matematika.

Langkah penting yang pertama dalam menyelesaikan soal-soal matematika adalah memahami soal itu sendiri (Polya, 1957:5-6; Krawec, 2010:34). Mahasiswa yang dapat menyelesaikan soal dengan baik biasanya menyusun representasi-representasi tertentu untuk mempermudah pemahamannya. Visualisasi merupakan proses representasi soal yang sangat membantu untuk menyelesaikan soal-soal, khususnya dalam matematika (van Garderen dan Motague, 2003:246).

Dengan memadukan konsep-konsep logika matematika dengan gambar-gambar, hal-hal yang belum jelas akan menjadi lebih jelas. Hal ini cukup beralasan, karena menurut perbandingan persentase seberapa banyak seseorang belajar melalui panca indera, ternyata indera penglihatan memiliki kontribusi terbesar yaitu 75%. Sedangkan melalui indera yang lainnya hanya 13% melalui pendengaran, 6% melalui indera peraba, 3%

melalui indera penciuman, dan 3% melalui indera perasa (Sobanski, 2002:1-2).

Pertanyaan tentang apakah visualisasi membantu dalam mengembangkan konsep matematis sering dijawab dengan penjelasan yang mermakna ganda, bahkan kontradiksi. Penelitian Mancosu dkk menunjukkan adanya dua masalah utama yang dapat teramati yaitu (1) masalah teoritis mengenai fungsi visualisasi objek sebagai entitas matematis, dan (2) masalah praktis mengenai keefektifan visualisasi objek dalam belajar matematika dan menyelesaikan soal-soal matematika. Perpaduan kedua masalah ini merupakan tujuan dari pembelajaran matematika, tergantung pada cara pembelajaran yang dipilih, perlu atau tidak perlu menggunakan visualisasi.

Dalam proses pencapaian pemahaman konsep geometri pada siswa sekolah menengah, Hershkowitz dalam Philips et al (2010:45) menyatakan bahwa kita tidak dapat membentuk bayangan suatu konsep dan contoh-contohnya tanpa memvisualisasikan elemen-elemennya. Hal ini disebabkan oleh karena visualisasi bersifat kompleks dan bekerja dalam dua arah yang berlawanan. Yang pertama, kita ingin memvisualisasikan elemen-elemen tersebut untuk membentuk suatu bayangan konsep. Yang kedua, makna bayangan konsep itu sendiri bisa dipersempit oleh elemen-elemen visual.

Untuk menguji dugaannya, Hershkowitz memberikan definisi dari dua konsep geometri, *"bitrian"* dan *"biquad",* kemudian meminta siswa maupun guru untuk mengidentifikasi konsep tersebut dari sekumpulan bentuk-bentuk objek yang disediakan. Hershkowitz juga meminta kepada sebagian siswa dan guru yang lainnya untuk menggambarkan konsep yang dimaksud. Ternyata sebagian besar peserta tes dapat mengidentifikasi contoh yang paling sederhana dari masing-masing konsep itu, dan peserta yang lainnya juga dapat menggambarkan paling kurang satu contoh dengan benar. Hal ini menunjukkan bahwa selain tanda-tanda yang identik dalam contoh-contoh itu, terdapat contoh lain yang diamati dengan cara yang berbeda oleh pserta tes, yaitu prototipe. Hershkowitz menjelaskan bahwa "jika kita menguji contoh-contoh prototipe, kita akan menemukan beberapa tanda yang spesifik pada masing-masing objek, selain atribut khusus yang dominan dari konsep tersebut, yang menarik perhatian, karena tanda-tanda tersebut biasanya tertanam di dalam pikiran secara spontan melalui kode-kode visual. Hershkowitz menyimpulkan bahwa prototipe membentuk batasan visual-perseptual, yang pada gilirannya dapat mempengaruhi kemampuan mengidentifikasi pada semua orang pada semua jenjang pendidikan. Meskipun demikian, tidak semua orang dapat menangkap konsep kecuali mereka telah menemukan contoh prototipe (Philip, et al., 2010:45).

Penelitian yang dilakukan oleh van Garderen (2006:498) terhadap 66 orang siswa sekolah dasar dan menengah dalam menyelesaikan soal-soal matematika menunjukkan adanya tiga tingkatan kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika. Ketiga tingkatan tersebut adalah siswa yang tidak mampu (LD), yaswa dengan kemampuan rata-rata (AA), dan siswa yang berbakat (G). Setelah menyelesaikan soal, setiap siswa diinterview untuk mengetahui apakah siswa menyelesaikan soal dengan bantuan bayangan visual. Dengan menggunakan tiga ukuran (banyaknya soal yang dijawab dengan benar, apakah penyelesaian soal dilakukan dengan bantuan bayangan visual, dan apakah bayangan visual tersebut ada atau menyerupai sesuatu yang ada), peneliti menyimpulkan bahwa siswa dengan kamampuan visualisasi spasial yang tinggi (didefinisikan sebagai ‘kemampuan memanipulasi secara mental, merotasikan, memilin, atau membalik suatu objek yang diberikan), cenderung mampu membentuk bayangan yang pada dasarnya bersifat skematif di alam. Sedangkan siswa yang memiliki tingkat kemampuan rendah dalam visualisasi spasial cenderung membentuk bayangan yang pada dasarnya bersifat nyata di alam.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa siswa yang berprestasi akan terlihat nyata lebih banyak menggunakan *visual image* dari pada siswa yang memiliki kemampuan di bawah rata-rata maupun siswa yang memiliki tingkat kemampuan rata-rata. (van Garderen, 2002: http://proquest.umi.com/pqdlink?did=726448311&Fmt=7&clientId%20=79356&RQT=309&VName=PQD). Semakin rendah kemampuan visual-spasial seseorang, semakin rendah pula kemampuannya menyelesaikan soal. Semakin tinggi kemampuan visual-spasial seseorang, semakin tinggi pula kemampuannya dalam menyelesaikan soal-soal matematika van Garderen dalam Philips, (2010:46).

Berdasarkan hasil-hasil penelitian tersebut di atas, dapat disimpulkan bahwa visualisasi mempunyai fungsi yang sangat penting dalam menyelesaikan soal-soal matematika. Jadi secara langsung maupun tidak langsung dapat meningatkan hasil belajar mahasiswa.

2. Visual learning dalam pembelajaran kombinatorika (luruskan visual imagery dengan visual spatial dan visual objek yang terlihat)

   Pada uraian sebelumnya telah diketahui bahwa visual image atau pencitraan visual berpengaruh signifikan terhadap kemampuan seorang mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika.

3. Program Mathematica untuk visual learning instructional
4. Visual learning untuk meningkatkan motivasi belajar
5. Hubungan Motivasi belajar dengan hasil belajar

Kombinatorika merupakan salah satu pokok bahasan dalam mata kuliah Matematika Diskrit yang diajarkan kepada mahasiswa semester keenam pada Program Studi Pendidikan Matematika UKI Toraja. Rumusan GBPP dan SAP yang digunakan sampai dengan semester genap tahun akademik 2011/2012, mencantumkan pembahasan topik kombinatorika pada perkuliahan minggu kesembilan sampai minggu keempatbelas. Cakupan pokok bahsan dan sub pokok bahasan kombinatorika dapat dilihat pada Lampiran 1 dan Lampiran 2.

Kajian utama kombinatorika adalah himpunan-himpunan berhingga atau diskrit, misalnya himpunan bilangan bulat positif dan berbagai struktur dari himpunan tersebut. Banyak model matematika dapat dijelaskan dengan menggunakan himpunan berhingga dan struktur-strukturnya. Di samping pembahasan mengenai pengelompokan, pendistribusian, relasi dan fungsi antara dua himpunan, kombinatorika juga meliputi topik-topik tentang subset, barisan, dan partisi. Susunan angka 0 dan 1 dalam suatu barisan yang disebut barisan biner, memegang peranan penting dalam ilmu komputer dan rangkaian listrik. Menurut Gian-Carlo Rota, pemahaman matematis yang paling pertama muncul dalam peradaban manusia adalah kombinatorika. Bahkan dalam peradaban yang paling terbelakang sekalipun, jika membebaskan angan-angannya menjelajah dunia bilangan dan bentuk-bentuk geometris, akhirnya akan menjumpai koefisien-koefisien binomial, bujursangkar ajaib, atau bentuk sederhana dari suatu polihedra.

> *"The earliest glimmers of mathematical understanding in civilized man were combinatorial. The most backward civilization, whenever it let fantasy roam as far as the world of numbers and geometric figures, would promptly come up with binomial coefficients, magic squares, or some rudimentary classification of solid polyhedra"* (Kac, 2008:50).

Kombinatorika terdiri atas dua kaidah pencacahan, yaitu kaidah penjumlahan dan kaidah perkalian. Menurut kaidah penjumlahan, jika suatu tugas dapat dilakukan dengan m cara dan tugas lainnya dapat dilakukan dengan n cara dan kedua tugas tidak dapat dilakukan secara serempak, maka kedua tugas dapat diselesaikan dengan $m + n$ cara. Sedangkan menurut kaidah perkalian, jika suatu prosedur dapat diuraikan menjadi dua tahapan dan jika terdapat m kemungkinan terjadinya tahap pertama, dan jika dari setiap kemungkinan tersebut terdapat n kemungkinan terjadinya tahap kedua, maka keseluruhan prosedur yang dapat dilakukan adalah mn cara.

1. Dasar-Dasar Kombinatorika

Kombinatorika membahas tentang susunan objek-objek dari suatu himpunan menjadi suatu pola yang memenuhi aturan-aturan tertentu. Sehubungan dengan susunan objek-objek, ada dua jenis kasus yang umum dijumpai yaitu:

- *Eksistensi susunan*. Jika seseorang ingin menyusun objek-objek dari suatu himpunan sedemikian sehingga memenuhi syarat-syarat tertentu, ada kemungkinan bahwa susunan yang dimaksud tidak dimungkinkan. Hal ini merupakan permasalahan yang paling mendasar. Jika susunan yang diinginkan tidak selalu dimungkinkan, maka harus dicari syarat perlu dan syarat cukup agar susunan tersebut diperoleh.

- *Enumerasi atau klasifikasi susunan*. Jika suatu susunan dapat diperoleh, maka kemungkinan terdapat beberapa cara untuk membentuk susunan tersebut. Dengan demikian dapat ditentukan banyaknya cara tersebut, atau banyaknya klasifikasi dari susunan tersebut.

Meskipun eksistensi maupun enumerasi dapat dilakukan pada suatu masalah kombinatorial, seringkali terjadi dalam prakteknya bahwa jika masalah eksistensi membutuhkan kajian yang mendalam, maka persoalan enumerasi menjadi sangat rumit. Tetapi jika eksistensi dari suatu susunan tertentu dapat disederhanakan, maka banyaknya cara untuk membentuk susunan tersebut dapat dihitung. Pada kasus khusus dimana banyaknya cara tersebut cukup kecil maka susunan dapat didaftar tetapi secara umum yang dipelajari adalah teknik menentukan jumlah atau banyaknya cara membentuk susunan tanpa mendaftar objek-objeknya terlebih dulu. Masalah kombinatorial lainnya yang berhubungan dengan cara penyusunan objek-objek adalah:

- *Kajian dari suatu susunan yang telah diketahui*. Setelah menyusun suatu susunan yang memenuhi aturan tertentu maka selanjutnya sifat-sifat dan strukturnya dapat diselidiki. Struktur tersebut mungkin mempunyai implikasi terhadap permasalahan pengklasifikasian dan juga kemungkinan penerapannya, atau implikasi pada persoalan selanjutnya.
- *Konstruksi dari suatu susunan optimal.* Jika terdapat kemungkinan diperoleh lebih dari satu susunan untuk objek-objek, maka untuk tujuan tertentu dapat dipilih susunan yang memenuhi kriteria optimal.

Jadi, berdasarkan uraian-uraian tersebut di atas, dapat disimpulkan bahwa kombinatorik meliputi pembahasan tentang eksistensi, enumerasi, analisis, dan optimisasi dari struktur-struktur diskrit (Brualdi, 2004:3).

Salah satu contoh penerapan kombinatorika yang sangat populer dalam matematika adalah bujursangkar ajaib. Suatu bujursangkar ajaib berorde *n* adalah suatu *array* berukuran *n* x *n* yang tersusun atas bilangan-bilangan bulat 1, 2, 3, …, n^2 sedemikian sehingga jumlahan bilangan bulat dalam setiap baris, dalam setiap kolom dan pada kedua diagonal akan sama dengan *s.* Bilangan *s* disebut jumlahan ajaib dari bujursangkar ajaib tersebut. Bujursangkar ajaib yang berorde 4 dengan jumlahan ajaib 34 ditunjukkan pada Gambar 2.1.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

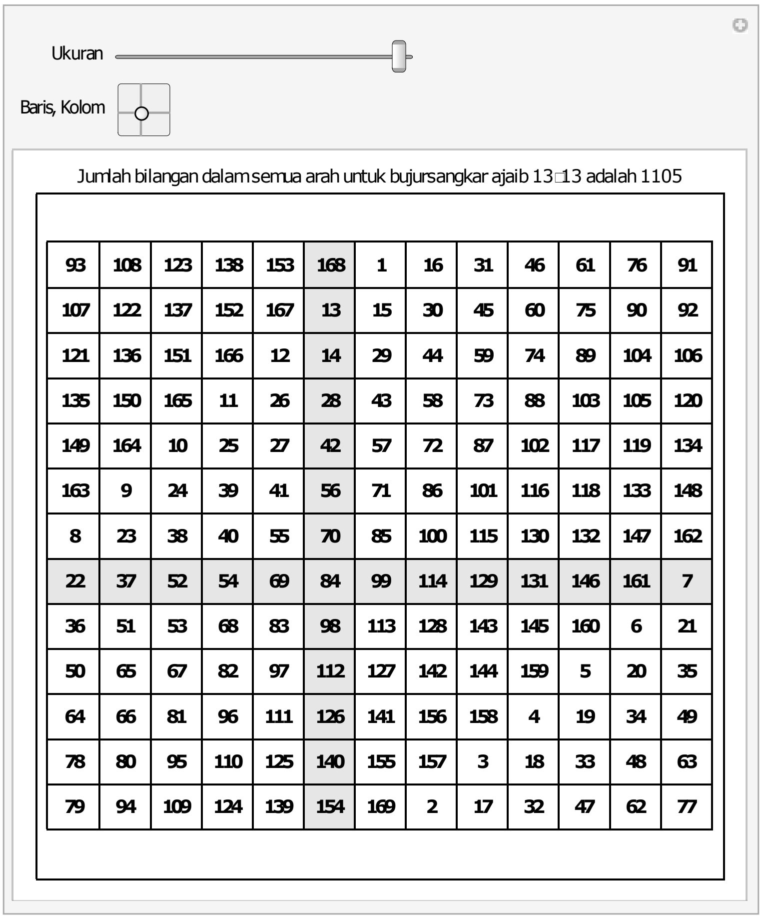
Gambar 2.1. bujursangkar ajaib berorde 4

Jumlah semua bilangan bulat di dalam suatu bujursangkar ajaib berorde *n* adalah

$$1+2+3+\cdots+n^2=\frac{n^2\left(n^2+1\right)}{2}$$

Karena bujursangkar berorde *n* memiliki *n* baris bilangan bulat yang masing-masing berjumlah *s,* maka diperoleh hubungan $ns=n^2\left(n^2+1\right)/2$. Jadi sebarang dua bujursangkar ajaib berorde *n* akan memiliki jumlahan ajaib yang sama, yaitu $s=\frac{n\left(n^2+1\right)}{2}$. Dalam hal ini, masalah kombinatorial adalah menentukan nilai *n* sehingga diperoleh suatu bujursangkar ajaib berorde *n* dan mencari metode umum untuk menyusun bilangan-bilangannya. Program Mathematica untuk bujursangkar ajaib dengan orde maksimal 13 dapat dilihat pada Lampiran 3.

Program pada Lampiran 3 menghasilkan animasi bujursangkar ajaib berorde ganjil antara 1 sampai dengan 13. Nilai-nilai yang memenuhi setiap kotak di dalam bujursangkar tersebut dapat diubah dengan cara terlebih dulu mengubah kode-kode programnya. Interface yang interaktif seperti pada Gambar 2.2 memungkinkan mahasiswa mengembangkan keterampilan dan penalarannya dalam pokok bahasan kombinatorik, khususnya yang berkaitan dengan bujursangkar ajaib.



93	108	123	138	153	168	1	16	31	46	61	76	91
107	122	137	152	167	13	15	30	45	60	75	90	92
121	136	151	166	12	14	29	44	59	74	89	104	106
135	150	165	11	26	28	43	58	73	88	103	105	120
149	164	10	25	27	42	57	72	87	102	117	119	134
163	9	24	39	41	56	71	86	101	116	118	133	148
8	23	38	40	55	70	85	100	115	130	132	147	162
22	37	52	54	69	84	99	114	129	131	146	161	7
36	51	53	68	83	98	113	128	143	145	160	6	21
50	65	67	82	97	112	127	142	144	159	5	20	35
64	66	81	96	111	126	141	156	158	4	19	34	49
78	80	95	110	125	140	155	157	3	18	33	48	63
79	94	109	124	139	154	169	2	17	32	47	62	77

Gambar 2.2. Bujursangkar ajaib berorde 13

2. Prinsip Sarang Merpati

Bentuk paling sederhana dari Prinsip Sarang Merpati dinyatakan dengan suatu teorema bahwa jika terdapat $n + 1$ objek yang akan ditempatkan ke dalam n kotak, maka sekurang-kurangnya terdapat satu kotak yang berisi dua atau lebih objek (Brualdi, 2004:26; Munir, 2009:258). Untuk membuktikan teorema ini, maka diandaikan bahwa tidak ada kotak yang berisi lebih dari dua objek. Dengan demikian total objek sebanyak-banyaknya ada n. Hal ini kontradiksi karena diketahui ada $n + 1$ objek (Munir, 2009:258).

Prinsip Sarang Merpati tidak memberi petunjuk untuk menemukan kotak yang berisi lebih dari dua objek, tetapi memastikan bahwa jika seseorang memeriksa setiap kotak maka akan menemukan kotak yang berisi lebih dari satu objek. Pada setiap kasus yang sejenis, Prinsip Sarang Merpati menjamin adanya kotak seperti itu, dan memastikan bahwa bagaimanapun cara mendistribusikan $n + 1$ objek ke dalam n kotak, tidak ada kemungkinan untuk tidak menempatkan dua objek ke dalam kotak yang sama. Prinsip ini terlihat sederhana tetapi penerapannya sangat luas dalam menyelesaikan masalah kombinatorial. Banyak permasalahan sehari-hari yang dapat diselesaikan dengan Prinsip Sarang Merpati.

Misalkan dari 13 orang dipilih, maka Prinsip Sarang Merpati memastikan bahwa dua orang di antaranya lahir pada bulan yang sama. Demikian pula untuk memastikan terpilihnya satu pasangan suami-istri dari sejumlah $2n$ himpunan suami dan istri yang sedang berjabatan tangan. Dalam hal ini terdapat n pasangan suami-istri. Jika dipilih $n + 1$ orang untuk berjabat tangan, maka dipastikan terdapat dua orang di antaranya adalah pasangan suami-istri. Jika yang bersalaman dipilih istri saja atau suami saja, maka dipastikan juga bahwa tidak ada di antaranya yang merupakan pasangan suami-istri. Artinya ada dua cara memilih sedemikian sehingga tidak ada pasangan suami-istri yang berjabatan tangan.

Contoh lainnya dapat dijumpai jika akan dipilih secara acak bilangan 101 dari bilangan-bilangan bulat 1, 2, 3, …, 200. Dapat ditunjukkan bahwa dari ke-101 bilangan tersebut, dua di antaranya dapat dipilih sedemikian sehingga salah satunya dapat dibagi dengan bilangan yang lainnya. Untuk menyelesaikan masalah ini, diketahui bahwa sebarang bilangan bulat dapat dinyatakan dengan $2^k \text{ x } a; k \geq 0,$ dan a adalah bilangan ganjil. Untuk bilangan bulat antara 1 dan 200, a merupakan salah satu dari 100 bilangan 1, 3, 5, . . . , 199. Jadi dengan memilih 101 bilangan bulat, akan didapatkan dua a yang bernilai sama jika dituliskan dalam bentuk $2^k \text{ x } a$. Misalkan bilangan pertama adalah $2^r \text{ x } a$ dan bilangan kedua adalah $2^s \text{ x } a$. Jika $r < s$ maka $2^s \text{ x } a$ dapat dibagi dengan $2^r \text{ x } a$, dan jika $r > s$ maka $2^r \text{ x } a$ dapat dibagi dengan $2^s \text{ x } a$.

3. Permutasi dan Kombinasi

Beberapa masalah pencacahan dapat diselesaikan dengan menentukan banyaknya cara menyusun sejumlah tertentu elemen-elemen yang berbeda dari suatu himpunan, dengan memperhatikan urutan dari elemen-elemen ini. Tetapi masalah pencacahan lainnya dapat diselesaikan dengan menentukan banyaknya cara memilih sejumlah tertentu elemen-elemen dari suatu himpunan yang berukuran tertentu, tanpa memperhatikan urutan elemen-elemen yang dipilih (Rosen, 2012:407). Masalah-masalah pencacahan dapat dibayangkan sebagai pemilihan objek-objek dari suatu himpunan objek tetap. Urutan atau susunan dari objek yang dipilih tersebut mungkin harus diperhitungkan, tetapi mungkin juga tidak. Permutasi digunakan untuk menyelesaikan pemilihan objek jika urutannya diperhitungkan dan kombinasi digunakan untuk menyelesaikan pemilihan objek jika urutan tidak diperhitungkan (Ferland, 2009:311).

Permutasi dari himpunan objek-objek merupakan suatu urutan objek-objek tersebut (Ferland, 2009:311; Rosen, 2012:307). Permutasi mencerminkan bahwa urutan objek dipentingkan. Susunan berurut yang terdiri atas *r* elemen dari suatu himpunan disebut *r-permutasi.* Misalkan jika diketahui suatu himpunan $S = \{a, b, c\}$ maka c, a, b merupakan salah satu permutasi dari *S.* Susunan berurut c, b merupakan suatu *2-permutasi* dari *S*. Himpunan semua 2-permutasi dari *S* adalah susunan berurut $a, b; a, c; b, a; b, c; c, a;$ dan $c, b.$ Dengan demikian ada enam *2-permutasi* dari *S* tersebut. Himpunan yang memiliki 3 elemen selalu memiliki enam *2-permutasi.* Terdapat tiga cara untuk memilih elemen pertama dan dua cara memilih elemen kedua dari elemen tersebut, karena elemen kedua harus berbeda dengan elemen yang pertama. Jadi berdasarkan aturan perkalian, $P(3, 2) = 3.2 = 6.$ Secara umum, banyaknya *r-permutasi* dari suatu himpunan yang terdiri atas *n* elemen dirumuskan dengan suatu teorema (Rosen, 2012:408) atau proposisi (Townsend, 1987:55) yaitu $P(n, r) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ dan dapat dihitung dengan menggunakan aturan perkalian. Pembuktian ini dilakukan dengan mengasumsikan bahwa *r*-permutasi dari *n* objek yang berbeda merupakan suatu aktifitas yang terdiri atas *r* langkah berurutan. Langkah pertama adalah memilih objek pertama yang dapat dilakukan dengan *n* cara. Langkah kedua adalah memilih objek kedua yang dapat dilakukan dengan *n – 1* cara, karena objek pertama sudah terpilih. Demikian selanjutnya, sampai langkah ke *r* yang bisa dilakukan dengan $n - r + 1$ cara. Berdasarkan prinsip perkalian, banyaknya cara pengaturan objek-objek adalah $n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1) = \dfrac{n(n-1)(n-2)\cdots 3.2.1}{(n-r)(n-r-1)\cdots 3.2.1} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$.

Berbeda dengan permutasi, urutan objek-objek selalu dipertimbangkan, sedangkan pada kombinasi urutan tidak dipertimbangkan. Meskipun masalah yang berhubungan dengan kombinasi lebih umum dijumpai dalam kehidupan sehari-hari (Grossman, 2002:167), pemahaman terhadap permutasi dan kombinasi tidak dapat dipisahkan. Penyelesaian masalah dengan permutasi dapat dilakukan dengan benar jika dipastikan bahwa masalah tersebut bukan masalah kombinasi, demikian juga sebaliknya. Kombinasi-*r* dari *n* objek yang berbeda dalam himpunan $\{x_1, x_2, x_3 \cdots x_n\}$ adalah banyaknya cara penyusunan atau pemilihan tak terurut untuk setiap *r* anggota dari himpunan tersebut. Dengan kata lain *r*-kombinasi adalah suatu subset dari himpunan yang terdiri atas *r* anggota (Rosen, 2012:410; Ferland, 2009:313), dan dinotasikan dengan $C(n,r)$ atau $\binom{n}{r}$.

Banyaknya *r*-kombinasi dari *n* objek yang berbeda adalah $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ Rumusan ini merupakan suatu teorema yang dapat digambarkan secara sederhana, misalnya pada suatu himpunan *S* yang beranggotakan $\{a,b,c,d,e\}$. Kombinasi susunan 3 objek dari semua anggota himpunan tersebut adalah 10. Semua kemungkinan susunan tersebut didaftarkan sebagai berikut:

$$\begin{array}{ccccc} \{a,b,c\} & \{a,b,d\} & \{a,b,e\} & \{a,c,d\} & \{a,c,e\} \\ \{a,d,e\} & \{b,c,d\} & \{b,c,e\} & \{b,d,e\} & \{c,d,e\} \end{array}$$

Bukti dari rumusan suatu kombinasi pada dasarnya diperoleh dari permutasi objek-objek itu sendiri. Permutasi $P(n,r)$ suatu himpunan dapat dihitung dari *r*-kombinasi himpunan tersebut, kemudian menyusun elemen-elemen dalam setiap *r*-kombinasi. Susunan ini dapat dilakukan sebanyak $P(r,r)$ cara. Selanjutnya berdasarkan aturan perkalian, $P(n,r) = C(n,r)P(r,r)$. Akibatnya r-kombinasi dari n anggota himpunan adalah $C(n,r) = \frac{P(n,r)}{P(r,r)} = \frac{n!/(n-r)!}{r!(r-r)!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

Permutasi dan subset merupakan objek kajian kombinatorika yang sangat mendasar. *Combinatorica* sebagai salah satu *routine* dalam Mathematica, yang menyimpan fungsi-fungsi untuk menyusun objek-objek secara acak dan deterministik, untuk mengurut dan mengacak urutan, serta menghitung invarian objek-objek. Penggunaan fungsi-fungsi tersebut dapat dilihat pada program berikut ini:

```
In[1]:= <<”Combinatorica`”
In[2]:=MinimumChangePermutations[{a,b,c}]
Out[2]={{a,b,c},{b,a,c},{c,a,b},{a,c,b},{b,c,a},{c,b,a}}
```

Fungsi pengurutan menyatakan fungsi Permutasi yang built-in menggunakan pengurutan leksikal.

```
In[3]:= RankPermutation/@Permutations[{1,2,3,4}]
Out[3]=
{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23}
```

Dengan 3! = 6 permutasi yang berbeda dari tiga objek, maka dalam 20 permutasi acak kita dapat melihat semuanya. Terlihat bahwa keenam permutasi pertama berbeda.

```
In[4]:= Table[RandomPermutation[3],{20}]
Out[4]= {{2,1,3},{2,1,3},{3,2,1},{2,1,3},{3,2,1},
{1,3,2},{1,2,3},{3,1,2},{1,2,3},{1,2,3},{2,1,3},
{1,2,3},{3,1,2},{3,1,2},{1,2,3},{1,3,2},{3,1,2},
{3,1,2},{3,2,1},{2,1,3}}
```

Titik tetap dari suatu permutasi p merupakan suatu elemen dalam posisi yang p sama dengan posisi invers p. Jadi satu-satunya titik tetap dalam permutasi ini adalah 7.

```
In[5]:= InversePermutation[{4,8,5,2,1,3,7,6}]
Out[5]= {5,4,6,1,3,8,7,2}
```

Identitas permutasi terdiri atas *n* titik tetap.

```
In[6]:= ToCycles[{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}]
Out[6]= {{1},{2},{3},{4},{5},{6},{7},{8},{9},{10}}
```

Masalah klasik dalam teory Ploya adalah penghitungan berapa banyak cara membuat kalung dari dari *k* manik-manik jika terdapat *m* warna manik-manik yang berbeda. Bua dua kalung dianggap sama jika salah satunya diperoleh hanya dengan menggeser manik-manik, maka simetrinya diperoleh dengan *k* permutasi dan masing-masing permutasi merupakan pergeseran siklik dari permutasi identitas. Jika jumlah variabel ditentukan berdasarkan warna manik-manik, maka akan dihasilkan suatu polinomial.

```
In[7]:= NecklacePolynomial[8,m,Cyclic]
Out[7]= m/2+m^2/4+m^4/8+m^8/8
```

Banyaknya inversi di dalam suatu permutasi sama dengan banyaknya inversi dari invers permutasi itu sendiri.

```
In[8]:=
p=RandomPermutation[50];{Inversions[p],Inversions[InversePermutat
ion[p]]}
Out[8]= {562,562}
```

Menggunankan subset secara berulang cukup efisien jika permasalahan yang akan diselesaikan adalah mencari subset pertama dari sifat yan diberikan akrena setiap subset tidak perlu diurutkan.

```
In[9]:= Table[UnrankSubset[n,{a,b,c,d}],{n,0,15}]
Out[9]=
{{},{d},{c,d},{c},{b,c},{b,c,d},{b,d},{b},{a,b},{a,b,d},{a,b,c,d}
,{a,b,c},{a,c},{a,c,d},{a,d},{a}}
```

Dengan perintah *GrayCode*, setiap subset memiliki tepat satu perbedaan elemen dengan subset yang ada di dekatnya.

```
In[10]:= GrayCodeSubsets[{1,2,3,4}]
Out[10]=
{{},{4},{3,4},{3},{2,3},{2,3,4},{2,4},{2},{1,2},{1,2,4},{1,2,3,4},
{1,2,3},{1,3},{1,3,4},{1,4},{1}}
```

Suatu perintah *k-subset* merupakan subset yang terdiri atas *k* elemen. Karena elemen pertama sudah terpilih, maka elemen-elemen berikutnya harus terpasang pada urutan yang tetap.

```
In[11]:= KSubsets[{1,2,3,4,5},3]
Out[11]=
{{1,2,3},{1,2,4},{1,2,5},{1,3,4},{1,3,5},{1,4,5},{2,3,4},{2,3,5},
{2,4,5},{3,4,5}}
```

4. Koefisien Binomial

Jika diketahui bilangan-bilangan bulat *n* dan *k* dengan $0 \le k \le n$, koefisien binomial didefinisikan dengan $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. Koefisien binomial dinamai berdasarkan peranannya sebagai koefisien-koefisien dalam ekspansi suatu binomial misalnya $(x+y)^7$. Untuk pangkat *n* yang kecil misalnya *n* = 1, 2, 3, koefisien-koefisien $(x+y)^n$ dapat dihafal karena sering digunakan. Tetapi jika nilai *n* lebih tinggi, maka penjabarannya menjadi lebih kompleks. Interpretasi kombinatorika dapat diterapkan untuk memudahkan penyelesaian masalahnya sehingga koefisien-koefisien dari setiap suku dalam penjabaran $(x+y)^n$ untuk sebarang *n* dapat diketahui (Haggard, 2006:459).

Dalam Mathematica, koefisien binomial dihitung dengan syntax Binomial [*n,m*], dimana *n* adalah banyaknya anggota himpunan tetap, sedangkan *m* adalah banyaknya elemen yang akan dipilih. Koefisien binomial (10,3) dihitung dengan syntax sebagai berikut:

```
In[1]:= Binomial[10,3]
Out[1]= 120
```

Untuk menentukan koefisien binomial berdasarkan segitiga Pascal, digunakan perintah yang disusun dalam suatu program sebagai berikut:

```
Column[Table[Binomial[n,k],{n,0,5},{k,0,n}],Center]:
In[1]:= Column[Table[Binomial[n,k],{n,0,5},{k,0,n}],Center]
Out[1]=
                    {1}
                  {1, 1}
                {1 ,2, 1}
              {1, 3, 3, 1}
            {1, 4, 6, 4, 1}
          {1, 5, 10, 10, 5, 1}
```

Fungsi-fungsi yang menggunakan koefisien binomial diberikan pada contoh program berikut:

```
In[1]:= Sum[Binomial[n,k]x^k,{k,0,n}]
```

Out[1]= $(1+x)^n$

```
In[2]:= Expand[(1+x)^10]
Out[2]=
```

$1+10x+45x^2+120x^3+210x^4+252x^5+210x^6+120x^7+45x^8+10x^9+x^{10}$

Teorema binomial untuk bilangan pecahan

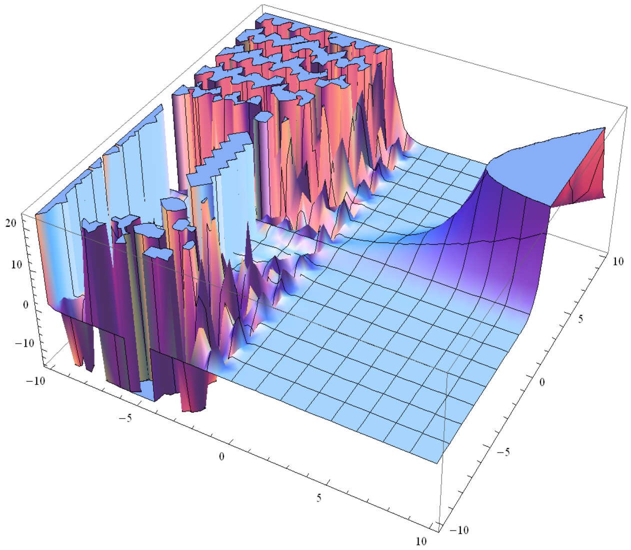
```
In[1]:=Series[(1+x)^(1/3),{x,0,5}]
```

Out[1]= $1+\frac{x}{3}-\frac{x^2}{9}+\frac{5x^3}{81}-\frac{10x^4}{243}+\frac{22x^5}{729}+O[x]^6$

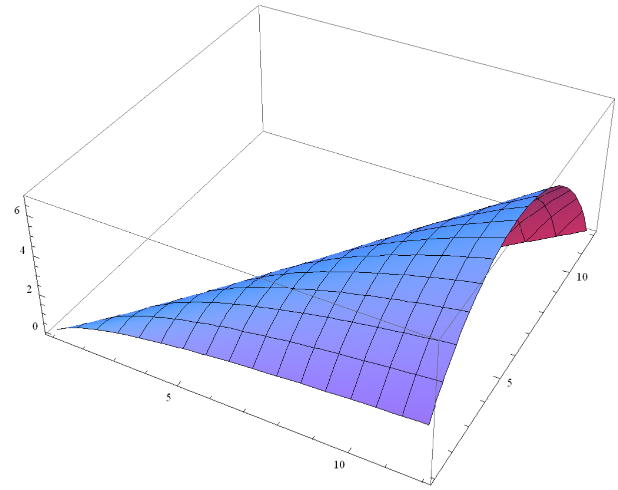
```
In[2]:=Sum[Binomial[1/3,k]x^k,{k,0,5}]
```

Out[2]= $1+\frac{x}{3}-\frac{x^2}{9}+\frac{5x^3}{81}-\frac{10x^4}{243}+\frac{22x^5}{729}$

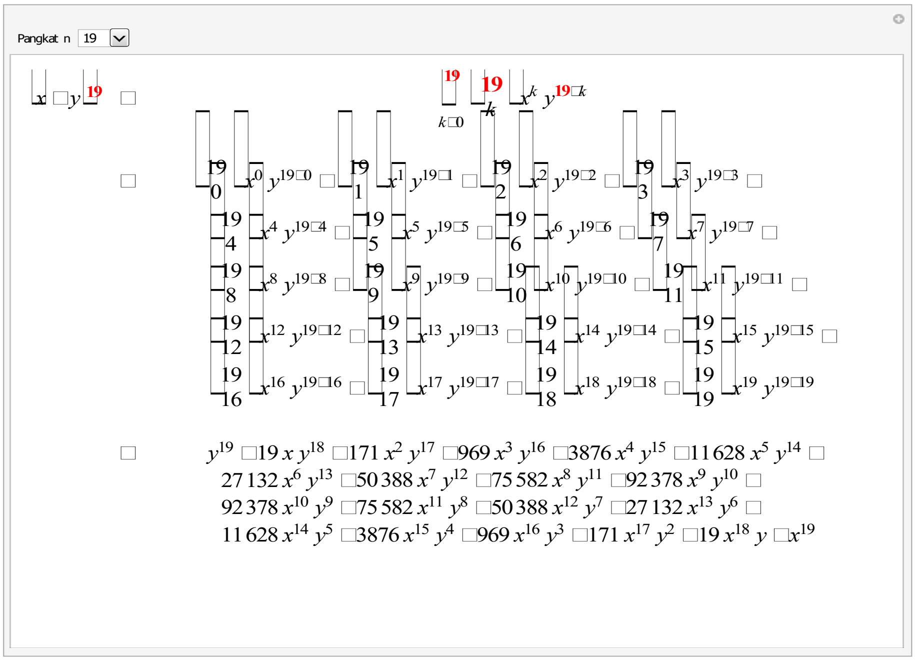
```
In[3]:=Plot3D[Binomial[n,k],{n,-10,10},{k,-10,10}]
Out[3]=
```




```
In[4]:=Plot3D[Log[Binomial[n,k]],{n,1,12},{k,1,12},
RegionFunction->(#2<=#1&)]
Out[4]=
```



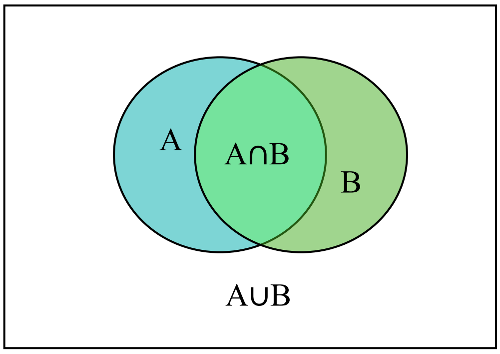
Semakin rumit perintah yang digunakan semakin luas fungsi yang dapat diselesaikan. Misalnya untuk membuat visualisasi penentuan koefisien-koefisien variabel x dan y dari $(x+y)^{19}$ maka program dapat disusun seperti pada Lampiran 4, dengan tampilan seperti terlihat pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Visualisasi koefisien binomial $(x+y)^{19}$

5. Prinsip Inklusi-Ekslusi

Aturan penjumlahan dalam kombinatorik menyatakan banyaknya objek yang berada dalam suatu himpunan gabungan jika himpunan-himpunan tersebut saling lepas satu sama lain (Susanna, 2011:545). Pada Gambar 2.4, ditunjukkan dua himpunan yang beririsan.



Gambar 2.4. Gabungan himpunan yang beririsan

Berdasarkan Gambar 2.4. terlihat bahwa banyaknya objek yang berada dalam $A \cup B$ tergantung pada banyaknya objek yang terdapat di dalam $A \cap B$. Jika kedua himpunan tidak beririsan maka $N(A \cup B) = N(A) + N(B)$. Selanjutnya, jika A dan B berimpit, maka $N(A \cup B) = N(A)$. Jadi, rumusan umum untuk menentukan banyaknya anggota dari gabungan dua himpunan selalu mengacu pada banyaknya objek yang terdapat pada irisan dan juga pada banyaknya anggota masing-masing himpunan.

Cara yang paling sederhana untuk menurunkan rumus $N(A \cup B)$ dapat dijelaskan berdasarkan alasan sebagai berikut: $N(A)$ menunjukkan banyaknya anggota himpunan A yang tidak terdapat pada himpunan B dan yang juga tidak terdapat pada irisan himpunan A dan B. Demikian juga, $N(B)$ menunjukkan banyaknya anggota himpunan B yang tidak terdapat pada himpunan A dan yang juga tidak terdapat pada irisan himpunan A dan B. Jadi jika $N(A)$ digabungkan dengan $N(B)$ berarti anggota himpunan A dan B terhitung dua kali. Oleh karena itu untuk menentukan banyaknya anggota himpunan $A \cup B$ dengan tepat maka $N(A) + N(B)$ harus dikurangi dengan $N(A \cap B)$. Prinsip Inclusi-Eksklusi untuk dua dan tiga himpunan dinyatakan dengan teorema sebagai berikut: “Jika A, B, dan C adalah sebarang himpunan-himpunan yang anggotanya berhingga, maka

$$N(A \cup B) = N(A) + N(B) - N(A \cap B)$$

atau

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

dan himpunan

$$N(A \cup B \cup C) = N(A) + N(B) + N(C) - N(A \cap B) - N(A \cap C) - N(B \cap C) + N(A \cap B \cap C)$$

atau

$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$

(Susanna, 2011:546; Haggart, 2006:38-39; Rosen, 2012:553-555).

6. Relasi Rekurensi

Banyak masalah pencacahan dan kombinatorika yang bergantung pada suatu parameter bilangan bulat *n*. Parameter *n* ini biasanya menyatakan ukuran dari himpunan atau multiset, ukuran kombinasi, banyaknya posisi dalam permutasi, dan sebagainya. Jadi, suatu persoalan pencacahan sering tidak berdiri sendiri melainkan terdiri atas suatu urutan permasalahan. Misalnya h_n menyatakan banyaknya permutasi dari $\{1,2,3,\cdots n\}$. Dalam hal ini diketahui bahwa $h_n = n!$dan karena itu didapatkan suatu barisan bilangan $h_0, h_1, h_2, \cdots, h_n, \cdots$, dimana suku ke-*n* biasanya berhingga. Jika ditentukan *n* = 5, maka h_n = 5! sebagai jawaban dari persoalan menentukan jumlah permutasi dari himpunan $\{1,2,3,4,5\}$ (Brualdi, 2004:206)

Latar belakang ide tentang induksi dapat digunakan untuk mendefinisikan fungsi secara rekursif, yaitu mendefinisikan nilai fungsi secara langsung berdasarkan nilai-nilai awal, kemudian menyatakan suatu aturan untuk mengetahui nilai fungsi selanjutnya. Sebagai contoh, definisi rekusif barisan Fibonacci $1,1,2,3,5,8,13,\cdots$ ditentukan dengan $a_1 = 1, a_2 = 1,$ dan $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ untuk $n \geq 3$.Definisi seperti ini dinamakan relasi rekurensi, yang terdiri atas dua bagian yaitu nilai awal atau syarat batas, dan bagian rekurensinya.

Relasi rekurensi dapat memberikan cara yang sederhana untuk menghitung nilai suatu fungsi, tetapi rumus yang diperoleh dari relasi rekurensi dapat juga memberikan lebig banyak informasi mengenai fungsi yang sedang dianalisis. Barisan Fibinacci $1,1,2,3,5,8,13,\cdots$ yang didefinisikan dengan relasi rekurensi

$a_1 = 1, a_2 = 1, \quad a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ untuk $n \geq 3$ mempunyai penyelesaian untuk menentukan suku ke-*n* yaitu $a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$. Relasi rekurensi memberikan cara penyelesaian secara iterasi untuk menentukan suku ke-*n* dengan cara subtitusi maju.

Penyelesaian masalah relasi rekurensi dapat dilakukan dengan menggunakan perintah *RSolve* program Mathematica. Hasil dari program di bawah ini dapat dinyatakan secara eksplisit, dan dapat juga dalam bentuk daftar.

```
In[1]:= RSolve[{a[n]==2 a[n-1],a[1]==1},a[n],n]
Out[1]= {{a[n]->2^(-1+n)}}
In[2]:= Table[a[n]/.First[%],{n,10}]
Out[2]= {1,2,4,8,16,32,64,128,256,512}
```

Untuk menyelesaikan suatu deret geometri,

```
RSolve[{a[n]==r a[n-1]+1,a[1]==1},a[n],n]
{{a[n]->(-1+rⁿ)/(-1+r)}}
```

atau

```
In[4]:= RSolve[{a[n+1]==r a[n]+1,a[1]==1},a[n],n]
Out[4]= {{a[n]->(-1+r^n)/(-1+r)}}
```

7. Fungsi Pembangkit

Fungsi Pembangkit dari suatu barisan $c_0, c_1, c_2, \cdots$ yang terdiri atas bilangan-bilangan real, adalah fungsi $g(x) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i x^i = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \cdots$. dimana x adalah suatu variabel bernilai real (Ferland, 2009:381). Jika $c_0, c_1, c_2, \cdots c_n$ menyatakan suatu barisan berhingga, maka fungsi pembangkitnya dinyatakan dengan $g(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \cdots c_n x^n$. yang merupakan suatu polinomial fungsi real. Sebaliknya jika barisan tersebut tidak berhingga, maka fungsi pembangkitnya akan berbentuk $g(x)=c_0+c_1x+c_2x^2+\cdots$ dan dianggap sebagai suatu deret pangkat formal (Grimaldi, 2004:414).

Ada dua bentuk fungsi pembangkit yang umum digunakan dalam menyelesaikan masalah kombinatorik dalam Matematika Diskrit, yaity (1) fungsi pembangkit biasa (*ordinary generating function*) dan (2) fungsi pembangkit eksponensial (*exponential generating function*). Fungsi Pembangkit Biasa, berhubungan dengan menentukan koefisien x^r . Bentuk umum dari fungsi pembangkit biasa adalah g(x) = $a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \ldots + a_rx^r + \ldots$ Sedangkan fungsi pembangkit eksponensial sering digunakan untuk menyelesaikan masalah susunan, dimana hasil yang akan dicari adalah r! kali koefisien dari x^r. Bentuk umum dari fungsi pembangkit eksponensial adalah g(x) = $a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \ldots + a_rx^r + \ldots$

Syntax untuk menentukan fungsi pembangkit sangat sederhana, seperti terlihat pada beberapa contoh yang diberikan di halaman 29.

Fungsi pembangkit untuk suatu barisan yang suku ke-*n*-nya adalah 1:

In[1]:=GeneratingFunction[1,n,x]

Out[1]=$\frac{1}{1-x}$

Fungsi pembangkit untuk barisan yang semua sukunya adalah 1:

In[1]:=Series[%,{x,0,10}]

Out[1]=$1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6+x^7+x^8+x^9+x^{10}+O[x]^{11}$

Fungsi pembangkit univariat:

In[1]:=GeneratingFunction[$\frac{1}{n!^2}$,n,x]

Out[1]=BesselI[0,2$\sqrt{x}$]

Fungsi pembangkit multivariat:

In[1]:=GeneratingFunction[$\frac{1}{(n+1)!m!}$,{n,m},{x,y}]

Out[1]=$\frac{e^{y}(-1+e^{x})}{x}$

Fungsi pembangkit untuk barisan geser:

In[1]:=GeneratingFunction[f[n+1],n,x]

Out[1]=$-\frac{f[0]}{x}+\frac{\text{GeneratingFunction}[f[n],n,x]}{x}$

Untuk menghitung jumlahan yang tak hingga

In[1]:=GeneratingFunction[n^2,n,z]

Out[1]=$\frac{-z-z^{2}}{(-1+z)^{3}}$

In[2]:=Sum[n^2z^n,{n,0,Infinity}]

Out[2]=$-\frac{z(1+z)}{(-1+z)^{3}}$

Untuk menentukan fungsi pembangkit dari suatu barisan

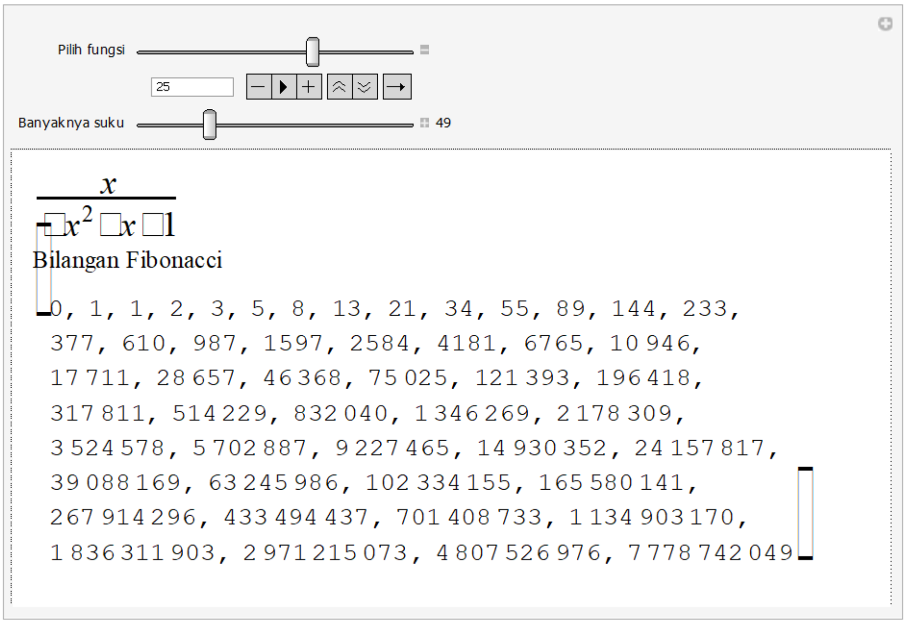
In[1]:=FindGeneratingFunction[{1,1,2,3,5,8,13},x]

Out[1]=$\frac{1}{1-x-x^{2}}$

In[2]:=Series[%,{x,0,7}]

Out[2]=$1+x+2x^{2}+3x^{3}+5x^{4}+8x^{5}+13x^{6}+21x^{7}+O[x]^{8}$

Syntax program animasi sederhana untuk mencari beberapa fungsi pembangkit dapat dilihat pada Lampiran 5. Fungsi pembangkit untuk bilangan-bilangan Fibonacci sampai dengan suku ke-25 adalah $g(x)=\frac{x}{-x^{2}-x+1}$ yang diperlihatkan pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5. Fungsi Pembangkit Untuk Bilangan Fibonacci

C. Pembelajaran Berbantuan Komputer

Pendekatan pembelajaran dengan memanfaatkan fasilitas komputer telah berkembang pesat sampai saat ini. Implementasinya dapat dijumpai dalam bentuk presentasi atau penggunaan perangkat lunak sebagai sarana pembelajaran berbasis komputer, pembelajaran interaktif multimedia, simulasi tutorial, dan pembelajaran berbasis *web*. Semua pemanfaatan teknologi komputer tersebut dimaksudkan untuk memenuhi tuntutan pengembangan penyelenggaraan sistem pendidikan. Karena sarana ini dapat digunakan sebagai sumber belajar atau sumber bahan ajar tanpa dibatasi oleh waktu dan tempat, maka tujuan pendidikan nasional untuk mencerdaskan kehidupan bangsa dapat terwujud.

Pemanfaatan komputer sebagai sarana dalam proses belajar mengajar telah mengubah ekologi ruang kelas dan mengubah proses belajar-mengajar. Penggunaannya membuat banyak aktivitas menjadi lebih mudah dan menghadirkan tingkatan kompleksitas yang baru ke dalam proses pembelajaran. Ruang kelas dan lingkungan belajar berubah secara drastis karena adanya teknologi. Pengajaran yang efektif dimulai dengan perencanaan pembelajaran yang efektif. Pembelajaran yang direncanakan dengan paduan teknologi lebih menyenangkan dan dapat mengakomodasi kebutuhan mahasiswa. mahasiswa menginginkan penggunaan teknologi untuk mendukung proses pembelajaran karena mereka sudah mengenal berbagai produk teknologi sejak kecil (Jones, 2011:101).

Pengintegrasian teknologi komputer di dalam ruang kelas telah diupayakan oleh pemerintah Indonesia. Melalui Surat Keputusan Menteri Pendayagunaan Aparatur Negara nomor 133/M.PAN/5/2001 pemerintah mengupayakan implementasi penggunaan telematika dalam bidang pendidikan dari tahun 2001-2005, dengan cara:

- Mengembangkan kerjasama antara industri TIK dengan institusi pendidikan TIK melalui pelatihan dan kerjasama penelitian dan pengembangan, serta membentuk suatu jaringan pengembangan keterampilan dan keahlian.
- Mengembangkan dan mengimplementasikan kurikulum TIK
- Menggunakan TIK sebagai bagian esensial dari kurikulum dan perangkat pembelajaran di sekolah/perguruan tinggi serta pusat-pusat pelatihan.
- Menyusun program pendidikan jarak jauh yang meliputi partisipasi dalam pembelajaran pengembangan global dan jaringan lainnya
- Memfasilitasi penggunaan internet dalam rangka meningkatkan efisiensi proses belajar mengajar (Yuhetty, 2012).

Rencana pengembangan mutu sistem pendidikan di Indonesia juga disampaikan oleh Yulaelawati (2001) melalui *The First International Forum on Education* di Bangkok, bahwa reformasi pendidikan nasional harus dilakukan melalui suatu sistem yang berpijak pada pemerataan pendidikan, reformasi pembelajaran, reformasi manajemen, pemberdayaan peranserta masyarakat, dan teknologi informasi.

Sejalan dengan perkembangan zaman, teknologi komputer tidak lagi dipandang sesuatu hal yang asing. Guru-guru telah mengintegrasikan teknologi ke dalam kelas untuk menciptakan beragam kesempatan pembelajaran kepada mahasiswa. Alasan utama guru-guru menggunakan teknologi di dalam pembelajaran mereka adalah untuk meningkatkan motivasi belajar mahasiswa. Teori motivasi keyakinan diri menyatakan bahwa ada kaitan langsung antara teknologi pembelajaran dengan belajar mahasiswa karena adanya faktor motivasi. Para ahli juga meyakini bahwa keinginan, keyakian, dan nilai-nilai dapat mempengaruhi motivasi mahasiswa untuk memperoleh pemahaman tentang suatu topik atau pelajaran tertentu. Pada saat yang sama, tingkat pengetahuan atau keterampilan yang diperlukan untuk menggunakan teknologi juga merupakan faktor penting dalam proses belajar. Jika mahasiswa menganggap bahwa teknologi pembelajaran yang digunakan berada dalam tingkatan sedang atau susah digunakan, maka mereka akan menyiapkan waktu dan tenaga untuk belajar dari media pembelajaran tersebut. Jika mahasiswa melihat bahwa media pembelajaran yang digunakan terlalu susah, maka motivasi mereka untuk mempelajarinya menjadi berkurang (Jones, 2011:101-102).

Jadi disadari atau tidak, penggunaan teknologi informasi dan komunikasi dalam dunia pendidikan tidak lagi bersifat opsional. Perubahan mendasar di masyarakat maupun perorangan terjadi karena adanya perkembangan dalam teknologi informasi dan komunikasi. Teknologi ini telah memasuki struktur produksi, pengelolaan pengetahuan, komunikasi dan kebudayaan, kebutuhan akan keterampilan dan kompetensi baru. Selain itu, telah terjadi perubahan cara pendekatan dan pemahaman terhadap dunia dan perkembangan industri-industri baru. Sekolah, negara, dan daerah, harus mengembangkan inisiatif baru yang memanfaatkan teknologi informasi dan komunikasi dalam kegiatan belajar mengajar, sehingga sistem pendidikan dapat mengakomodasi tuntutan masyarakat ilmiah dengan karakteristik baru yang dimiliki mahasiswa (Scheuermann, 2009:83).

Karakteristik yang dimiliki mahasiswa cukup beragam karena itu penggunaan teknologi dalam rangka meningkatakan hasil belajar mahasiswa diupayakan sehingga perbedaan karakteristik mahasiswa dapat diakomodasi secara optimal. mahasiswa memiliki perbedaan gaya belajar. Dengan demikian tingkatan kemampuan mahasiswa dalam menerima pelajaran juga berbeda-beda. Pada pelajaran fisika dan matematika misalnya, guru biasanya menggunakan simbol-simbol untuk mengkomunikasikan ide-ide dan konsep-konsep. Tetapi kenyataannya guru dan mahasiswa sering mengekspresikan ide dan konsep dengan representasi yang sangat berbeda. mahasiswa menganggap bahwa fungsi merupakan suatu rumusan aljabar, sementara guru memikirkannya sebagai suatu himpunan yang ditransformasikan oleh operasi tertentu, seperti diferensial atau integral. Karena perbedaan ini, mahasiswa yang memiliki keunggulan dalam aljabar dapat mengalami kesulitan bahkan gagal jika menghadapi persoalan yang penyelesaiannya mensyaratkan kemampuan grafik. Sebaliknya mahasiswa yang memiliki keunggulan membaca grafik dapat mengalami kesulitan dalam menjabarkan rumus-rumus aljabar. Hal ini membawa mahasiswa kepada situasi yang membingungkan dan menjadi penghalang bagi mahasiswa untuk memahami teori yang diajarkan oleh guru. Pada kondisi seperti inilah pembelajaran dengan bantuan perangkat komputer dapat diterapkan untuk memberikan pemahaman yang lebih akurat dan merata kepada semua mahasiswa.

Pemahaman matematika memerlukan kecakapan bahasa dari mahasiswa. Tanpa pemahaman mengenai apa yang dijelaskan oleh guru dan giat membaca buku, mahasiswa tidak akan memiliki kapasitas bahasa yang memadai untuk menyelesaikan masalah matematika (Jacobs, 2010:54). Untuk membantu mahasiswa mencapai keberhasilan dalam mempelajari matematika dan sains, ahli teknologi pembelajaran harus menciptakan lingkungan belajar dengan dukungan teknologi yang mampu memotivasi dan melancarkan proses belajar bagi mahasiswa (Liu et al, 2011:52).

Pembelajaran matematika dan fisika yang selama ini dianggap sangat ‘menakutkan’ tidak perlu terjadi kalau prosesnya diberikan secara menarik dan menyenangkan oleh guru mata pelajaran tersebut. Terbukti dengan model pembelajaran matematika dan fisika dengan teknologi informasi dan komputer yaitu ‘model Pesona Fisika Pesona Matematika’ yang diterapkan di SMP Negeri 49 Jakarta, mahasiswa menjadi tertarik mengikuti kedua mata pelajaran tersebut. Model tersebut dirancang khusus oleh para ahli ICT Indonesia. Model ini terbukti mampu meningkatkan hasil hasil Ujian Nasional mahasiswa. Pada tahun 2008 hasil UN mencapai 99,99. Angka itu naik dari UN tahun 2006 yang mencapai 99,84 dan tahun 2005 sebesar 99,58 (http://subkioke.wordpress.com/2008/04/27/pembelajar-an-matematika-melalui-ict-menarik-siswa).

BAB III
METODE PENELITIAN

A. Rancangan Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif dengan desain eksperimental, berdasarkan rancangan Solomon Empat Kelompok (*Solomon Four Group Design*). Karena tidak dimungkinkan mengubah anggota kelompok dalam kelas maka rancangan penelitian ini bersifat eksperimen semu. Menurut Campbell dan Stanley (1966:24) dan Williams dan Isadore (1982:2), kelompok eksperimen dan kelompok kontrol masing-masing terdiri atas dua kelompok. Kelompok pertama diberikan tes awal maupun tes akhir, sedangkan kelompok kedua hanya diberikan tes akhir. Kelompok eksperimen diajar dengan menggunakan program *Mathematica*, sedangkan kelompok kontrol diajar tanpa menggunakan program *Mathematica*. Pelaksanaan eksperimen direncanakan selama dua bulan, yaitu bulan Juli 2012 sampai dengan bulan Agustus 2012. Rancangan Solomon Empat Kelompok dapat dilihat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1: Rancangan Solomon Empat Kelompok

	Pretes	Perlakuan	Post tes
R	O1	X	O2
R	O3	-	O4
R	-	X	O5
R	-	-	O6

Data yang dikumpulkan akan digambarkan dengan analisis statistik deskriptif dan statistik inferensial. Analisis statistik deskriptif dilakukan untuk memperoleh gambaran awal mengenai nilai rata-rata, skor terendah dan skor tertinggi, standar deviasi, rentang skor, serta klasifikasi skor. Selanjutnya analisis statistik inferensial dilakukan untuk menguji homogenitas data, normalitas data, dan hipotesis, sebagai dasar untuk menetapkan kesimpulan. Pengujian homogenitas data dilakukan dengan uji Bartlet, pengujian normalitas data dilakukan dengan uji Kolmogorov-Smirnov, dan pengujian hipotesis dilakukan dalam dua tahap, yaitu uji F (*overall test*) dan uji Turkey-Kramer (*follow up test*).

B. Populasi dan Sampel

Populasi penelitian adalah mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika semester VI (angkatan 2009) UKI Toraja yang berjumlah 233 orang. Populasi tersebar pada 8 delapan kelas paralel dengan rincian pada Tabel 3.2.

Tabel 3.2. Populasi Penelitian

Kelas Paralel	Laki-laki	Perempuan	Jumlah
A	10	20	30
B	11	18	29
C	8	15	23
D	10	19	29
E	11	12	23
F	16	15	31
G	8	12	20
H	6	11	17
Jumlah	80	122	202

Dari kedelapan kelas paralel tersebut, dipilih empat kelas menjadi sampel penelitian berdasarkan rancangan penelitian yang akan dilakukan. Sampel dipilih secara purposif setelah pelaksanaan tes awal untuk memastikan kesetaraan tingkat kemampuan awal anggota sampel dalam mata kuliah Matematika Diskrit. Selanjutnya kelompok sampel yang telah terpilih diacak dengan teknik *simple random sampling* untuk menetapkan kelompok kontrol dan kelompok eksperimen, yang akan diberikan tes awal dan tes akhir, dan yang hanya diberikan tes akhir. Dengan demikian diharapkan karakteristik sampel dapat mewakili karakteristik populasi. Rincian jumlah anggota kelompok kontrol dan kelompok eksperimen diperlihatkan pada Tabel 3.3.

Tabel 3.3. Sampel Penelitian

Kelas	Laki-laki	Perempuan	Jumlah
A	10	20	30
B	11	18	29
D	10	19	29
F	16	15	31
Jumlah	47	72	119

C. Instrumen Penelitian

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini terdiri atas perangkat tes awal (*pretest*) dan tes akhir (*post test*). Tes awal diujikan pada salah satu kelas kelompok kontrol dan satu kelas kelompok eksperimen. Tes akhir akan diberikan kepada semua kelompok. Instrumen lain yang digunakan dalam penelitian ini adalah angket motivasi untuk menilai tingkat motivasi mahasiswa dalam mengikuti kuliah dengan pembelajaran yang menggunakan program *Mathematica*. Selain pemberian perangkat tes, instrumen penelitian juga meliputi Satuan Acara Perkuliahan (SAP) mata kuliah Matematika Diskrit. SAP yang akan digunakan dalam penelitian ini telah disusun dan disediakan oleh Jurusan PMIPA UKI Toraja. Untuk menjamin tercapainya tujuan penelitian, telah disiapkan pula program *Mathematica® 8.0.1 for Windows* yang akan digunakan sebagai fasilitas pelaksanaan perkuliahan pada kelas-kelas eksperimen yang akan terpilih.

D. Pengumpulan Data

(1) Dokumentasi

Sebagai tahap pendahuluan penelitian, dilakukan observasi ke lokasi penelitian. Observasi dimaksudkan untuk memperoleh gambaran umum proses pembelajaran yang berlangsung, termasuk pengamatan terhadap sikap mahasiswa serta metode pembelajaran yang diterapkan dosen. Dokumentasi juga meliputi tinjauan kemajuan hasil belajar mahasiswa selama Tahun Akademik 2008/2009 – 2010/2011 pada mata kuliah Matematika Diskrit. Hasil dokumentasi ini telah diperlihatkan pada Gambar 1.1.

(2) Tes

Tes dalam penelitian ini terdiri atas dua, yaitu tes awal (*pretest*) dan tes akhir (*posttest*). Tes awal yang dilakukan sebelum pembelajaran dengan program *Mathematica*, dimaksudkan untuk memastikan kesetaraan tingkat kemampuan mahasiswa dalam mata kuliah Matematika Diskrit. Peserta tes awal adalah semua populasi yang terdiri atas 8 (delapan) kelas. Nilai rata-rata dari tes awal digunakan sebagai dasar untuk memilih sampel. Selanjutnya, tes akhir akan dilakukan setelah materi Kombinatorika selesai diajarkan kepada keempat kelas yang dipilih sebagai sampel. Tes awal maupun tes akhir disusun dalam bentuk soal essay. Instrumen tes divalidasi sebelum digunakan dalam penelitian.

(3) Angket

Motivasi belajar mahasiswa selama proses perkuliahan yang menggunakan program *Mathematica* akan diukur untuk menilai ada-tidaknya peningkatan. Motivasi belajar diukur sebelum dan sesudah pelaksanaan pembelajaran. Angket motivasi belajar mahasiswa divalidasi sebelum digunakan sebagai instrumen penelitian.

(4) Jadwal Penelitian.

Jadwal penelitian disusun dengan mempertimbangkan pelaksanaan kegiatan perkuliahan yang sedang berlangsung di UKI Toraja. Rencana pelaksanaan penelitian dibagi menjadi empat tahap yaitu (1) tahap persiapan, (2) tahap pelaksanaan penelitian, dan (3) tahap analisis data, dan (4) tahap penulisan laporan penelitian. Alokasi waktu pelaksanaan keempat tahapan tersebut dapat dilihat pada Tabel 3.4.

Tabel 3.4. Alokasi Waktu Penelitian

No	Kegiatan	Bulan									
		April ' 02	Mei ' 02	Juni ' 02	Juli ' 02	Agt ' 02	Sept ' 02	Okt ' 02	Nov ' 02	Des ' 02	Jan ' 03
	Penyusunan Proposal										
	Seminar Proposal										
	Persiapan Penelitian										
	Pelaksanaan Penelitian										
	Analisis Data										
	Penulisan Laporan Penelitian										

E. Analisis Data

Model Rancangan Empat Kelompok Solomon dapat dianalisis dengan berbagai metode analisis. Cara pertama, membagi kelompok perlakuan menjadi dua, yaitu kelompok yang diberikan pretes maupun posttes, sedangkan kelompok yang hanya diberikan post test saja. Analisis statistik untuk metode ini dilakukan dengan uji t sederhana. Cara yang kedua, adalah dengan memandang rancangan penelitian sebagai suatu pengukuran berulang. Pretes dianggap sebagai pengukuran pertama dan posttes dianggap sebagai pengukuran kedua. Berdasarkan metode ini data penelitian dapat dianalisis dengan teknik regresi. Sedangkan cara ketiga adalah memandang bahwa design penelitian terdiri atas enam kelompok (Williams, 1982:2).

Analisis data yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah cara ketiga, yaitu dengan menganggap desain empat kelompok sebagai desain yang terdiri atas enam kelompok. Analisis dengan cara ini dapat dilakukan secara simultan (Williams dan Newman, 1982:7-11), meskipun menurut Campbell dan Stanley (1966:25) tidak ada prosedur statistik tunggal yang dapat diterapkan untuk menganalisa keenam pengamatan secara serempak.

Berdasarkan analisis Williams dan Newman, model regresi dapat dirumuskan dengan persamaan $Y = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + b_6x_6 + e_9$, dengan variabel-variabel:

Y = kriteria skor

X_1 = 1 untuk skor tes awal dari anggota kelompok eksperimen dan 0 jika skor lainnya.

X_2 = 1 untuk skor tes akhir dari anggota kelompok eksperimen dan 0 jika dari kelompok lainnya

X_3 = 1 untuk skor tes awal dari anggota kelompok kontrol dan 0 jika skor lainnya.

X_4 = 1 untuk skor tes akhir dari anggota kelompok kontrol dan 0 jika dari kelompok lainnya

X_5 = 1 untuk skor tes awal dari anggota kelompok eksperimen yang tidak diberikan tes awal dan 0 jika skor lainnya.

X_6 = 1 untuk skor tes akhir dari anggota kelompok kontrol yang tidak diberikan tes awal dan 0 jika dari kelompok lainnya.

1. Uji Homogentitas Data

Pengujian homogenitas data (*heteroscedasticity*) dilakukan untuk memastikan bahwa kelompok-kelompok data yang dibandingkan mempunyai varians yang homogen. Karena varians data diambil dari kelompok-kelompok sampel yang homogen, maka perbedaan yang terjadi pada tes akhir merupakan akibat dari pembedaan perlakuan. Uji homogenitas varians dari kelompok-kelompok yang tidak sama ukurannya, dihitung dengan menggunakan uji Bartlet (Sudjana, 1996:263 dalam Purwanto, 2011:180) yaitu $\chi^2 = (\ln 10)\left\{B - \sum (n_i - 1)\log S_i^2\right\}$, dengan ln 10 = 2,303. Kelompok-kelompok yang dibandingkan dinyatakan mempunyai varians yang homogen jika $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{tabel}$ pada taraf kesalahan tertentu.

2. Uji Normalitas Data

Data sampel hanya dapat digeneralisir mewakili data populasi apabila sebaran datanya normal. Bila data sampel berdistribusi normal, maka pengolahannya dapat dilakukan dengan menggunakan statistika parametrik dan data atas sampel tersebut dapat digeneralisasikan kepada populasi yang diwakilinya. Normalitas distribusi data dapat diuji dengan menggunakan uji Chi-Kuadrat, Liliefors, atau Kolmogorov-Smirnov. Uji Chi-Kuadrat atau uji Kolmogorov-Smirnov digunakan untuk data berukuran besar dan dikelompokkan sedangkan uji Liliefors digunakan pada data berukuran kecil dan tidak dikelompokkan. Pengujian normalitas data dalam penelitian ini dilakukan dengan uji Kolmogorov-Smirnov. Rumus yang digunakan adalah $D_{hitung} = maks\left|\left(F_o(X) - S_N(X)\right)\right|$, dimana $F_o(X)$ adalah distribusi frekuensi kumulatif teoritis dan $S_N(X)$ adalah distribusi frekuensi kumulatif skor observasi. Data dinyatakan berdistribusi normal jika $D_{hitung} < D_{tabel}$ pada taraf kesalahan tertentu.

3. Uji Validitas

Validitas instrumen penelitian diuji oleh validator. Instrumen-instrumen yang akan diuji validitasnya yaitu (1) soal tes awal, (2) soal tes akhir, dan (3) angket motivasi belajar mahasiswa.

4. Uji Hipotesis

Uji hipotesis dengan statistik parametrik ditentukan berdasarkan banyaknya kelompok yang akan diuji. Uji hipotesis untuk membandingkan dua kelompok data dapat dilakukan dengan menggunakan uji t. Jika kelompok yang akan diuji terdiri atas lebih dari dua kelompok, maka pengujian hipotesis dilakukan dengan analisis varians dalam dua tahap. Tahap pertama adalah pengujian secara keseluruhan (*overall test*) dan tahap kedua adalah pengujian pasangan satu per satu (*follow up test*). Uji keseluruhan dilakukan dengan uji F, kemudian uji satu per satu dilakukan dengan Uji Turkey-Kramer, karena jumlah sampel penelitian tidak sama ukurannya (Purwanto, 2011:204-205). Rumus yang digunakan untuk ujian tahap pertama adalah $F = RJK\left(AK\right)/RJK\left(DK\right)$, dengan RJK(AK) adalah rata-rata jumlah kuadrat antar kelompok, dan RJK(DK) adalah jumlah rata-rata kuadrat dalam kelompok. Uji lanjutan dilakukan dengan membandingkan bedan mean dengan beda kritis. Beda mean adalah selisih rata-rata pasangan kelompok yang dibandinglan, sedangkan beda kritis dihitung dengan rumus

$$BK = SR\sqrt{RJK\left(DK\right)\left(\frac{1}{2n_1}+\frac{1}{2n_2}\right)}$$

Keterangan:

BK : beda kritis

SR : nilai *studentized range*

n_1 : jumlah sampel kelompok I

n_2 : jumlah sampel kelompok II

Jika nilai beda mean > beda kritis, maka kedua kelompok yang dibandingkan dikatakan mempunyai perbedaan secara signifikan.

DAFTAR PUSTAKA

Acharjya, D.P., dan Sreekumar. 2009. *Fundamental Approach to Discrete Mathematics.* New Age International (P) Limited, Publisher, New Delhi.

Ambrose, Susan A., et al. 2010. *How Learning Works: Seven Research-Based Principles For Smart Teaching.* Jossey-Bass, San Francisco, USA.

Bender, Edward A., dan Williamson, S. Gill, 2005. *Foundations of Combinatorics With Applications,* tidak diterbitkan.

Bjorner, Anders dan Stanley, Richard P., 1999. *A Combinatorial Miscellany,* Matematiska Institutionen Kungl. Tekniska Hogskolan, Stockholm, Swedia.

Brualdi, Richard A. 2004. *Introductory Combinatorics, 4th Edition*, Pearson Prentice Hall, New Jersey, USA.

Bryant, Victor dan Hazel, Perfect. 1980. *Independence Theory in Combinatorics, an Introductory Account with Applications to Graphs and Transversals,* Chapman and Hall, London.

Cameron, Peter, J., 1994. *Combinatorics: Topics, Techniques, Algorithms.* Cambridge University Press, London.

Campbell, Donald T., dan Stanley Julian C.,1966, *Experimental and Quasi-Experimental Designs for Research.* Houghton Miffin Company, USA.

Engelenburg, Gijsbert van, 1999. *Statistical Analysis for the Solomon Four-Group Design,* Faculty of Educational Science and Technology, Netherland, University of Twente.

Ferland, Kevin. 2009, *Discrete Mathematics: An Introduction to Proof and Combinatorics,* New York, Houghton Mifflin Company.

Gredler, Margaret E., 2009. *Learning and Instruction: Teori dan Aplikasi,* Edisi Keenam. Terjemahan Tri Wibowo, B.S., 2011. Jakarta. Kencana Prenada Media Group.

Grimaldi, Ralph P., 2004, *Discrete and Combinatorial Mathematics, An Applied Introduction 5th edition,* Pearson-Addison Wesley, New York.

Grossman, Peter., 2002, *Discrete Mathematics for Computing, 2nd Edition,* Palgrave Macmillan, New York, USA.

Haggard, Gary, et al., 2006, *Discrete Mathematics for Computer Science,* Thomson Brooks/Cole, California, USA.

Hassani, Sadri. 2003. *Mathematical Methods Using Mathematica: for Students of Physics and Related Fields,* Springer-Verlaag, New York.

Jacobs, Heidi Hayes (Ed.). 2010. *Curriculum 21 Essential Education for a Changing World, Alexandria-Virginia USA*.

Jones, Paula and Davis, Rita, 2011. Instructional Design Methods Integrating Instructional Technology. Dalam Information Resources Management Association (Eds). *Instructional Design: Concepts, Methodologies, Tools and Applications* (hlm. 101-113). New York: International Science Reference, IGI Global.

Kac, Mark, et al. 2008. *Discrete Thoughts, Essays on Mathematics, Science, and Philosophy,* second edition, Birkhauser, Boston.

Keller, John M., 2010. *Motivational Design for Learning and Instruction*, *The ARCS Model Approach*, Springer, New York.

Krantz, Steven G.,1999. *How to Teach Mathematics 2nd edition*, American Mathematical Society, Rhode Island, USA.

Krawec, Jennifer Lee. 2010. *Problem Representation and Mathematical Problem Solving of Students of Varying Math Ability*, Dissertation. Open Acces Dissertations, Electronic Theses and Dissertations, Scholarly Repository, University of Miami, USA.

Krisnadi, Elang. 2010. Pengaruh Penggunaan Program Computer Assissted Instruction (CAI) Terhadap Pemahaman dan Retensi mahasiswa Pada Konsep Kombinatorik, tesis tidak diterbitkan, Bandung, Sekolah Pascasarjana, Universitas Pendidikan Indonesia.

Laporan Evaluasi Program Studi Berbasis Evaluasi Diri (EPSBED) Tahun 2011, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, UKI Toraja.

Liu, Min, Paul Toprac, Timothy T. Yuen, 2011. What Factors Make a Multimedia Learning Environment Engaging. Dalam Information Resources Management Association (Eds). *Instructional Design: Concepts, Methodologies, Tools and Applications* (hlm. 51-70). New York: International Science Reference, IGI Global.

Mancosu, Paolo, et al.(Eds.), 2005. Visualization, Explanation, and Reasoning Styles in Mathematics, Studies in Epistemology, Logic, Methodology, and Philosophy of Science. Synthese Library Volume 327, Springer, Netherlands.

Munir, Rinaldi. 2009, Matematika Diskrit, edisi ketiga, Informatika, Bandung.

Pemmaraju, Sriram dan Skiena, Steven S., 2003. Computational Discrete Mathematics*: Combinatorics and Graph Theory With Mathematica,* Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom.

Philips, Linda M. et al, 2010. *Visualization in Mathematics, Reading and Science Education, Models and Modeling in Science Education Volume 5,* Springer, London.

Porter, Louise, 2000. *Student Behaviour: Theory And Practice For Teachers*. Second Edition, NSW, Australia, Allen & Unwin.

Polya, G. 1957. *How to Solve It: a New Aspect of Mathematical Method, 2nd Edition.* Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Purwanto, 2011, *Statistika Untuk Penelitian,* Pustaka Pelajar, Jogjakarta.

Pusat Bahasa Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, 2005. *Kamus Besar Bahasa Indonesia Edisi Ketiga,* Balai Pusataka, Jakarta.

Rosen, K.H.,2012, *Discrete Mahematics and Its Applications, 7th Edition,* The McGraw-Hill Companies, Inc., New York.

Scheuermann, Friedrich dan Pedró, Francesc, (Eds). 2009. *Assessing The Effects of ICT in Education, European Union/OECD,* France.

Siregar, E., dan Nara, Hartini. 2010. *Teori Belajar dan Pembelajaran*, Ghalia Indonesia, Bogor.

Sobanski, Jessica. 2002. *Visual Math, See How Math Make Sense,* LearningExpress, New York.

Suciati dan Irawan, Prasetya. 2001. *Teori Belajar dan Motivasi,* Pekerti – Mengajar di Perguruan Tinggi, Buku 1.03, Pusat Antar Universitas Untuk Peningkatan dan Pengembangan Aktivitas Instruksional Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional, Jakarta

Susanna, S. Epp., 2011, *Discrete Mathematics With Applications, 4th Edition,* Brooks/Cole Cengage Learning, Boston, USA.

Tahir, Alyas Qadeer. 2005. *A Comparative Study of the Effect of Use of Information and Communication Technology in Varied Teachingng Approaches on Achievement and Retention of Students of Mathematics,* disertasi tidak diterbitkan. Pakistan. Institute of Education and Research Gomal University.

Tim Penyusun Laporan Evaluasi Diri Jurusan PMIPA UKI Toraja Tahun 2011, *Laporan Evaluasi Diri Jurusan PMIPA UKI Toraja*.

Townsend, Michael. 1987. Discrete Mathematics: Applied Combinatorics and Graph Theory. The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc. Canada.

Uno, H.B.,2011. Teori Motivasi dan Pengukurannya: Analisis di Bidang Pendidikan, Bumi Aksara, Jakarta.

Van Garderen, Delinda & Marjorie Montague. 2003. Visual Spatial Representation, Mathematical Problem Solving, and Students of Varying Abilities, *Learning DisabilitiesResearch and Practice,18*(4), 246.

Yulaelawati, Ella Ministry of National Education, Indonesia http://www.worldedreform.com/ intercon/kedre9.htm tanggal akses: 25 Nopember 2011.

Yuhetty, Harina. ICT and Education in Indonesia, http://gauge.u-gakugei.ac.jp/ apeid/apeid02/ papers/Indonesia.htm, diakses: 21 Februari 2012.

Pembelajaran Matematika Melalui ICT Menarik mahasiswa http://subkioke. wordpress.com/2008/04/27/pembelajaran-matematika-melalui-ict-menarik-siswa/sumber:http://www.smkn41jkt.or.id/news/tahun/2007/bulan/10/ tanggal/27/id/153/

van Garderen, D. (2006). Spatial visualization, visual imagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. *Journal of Learning Disabilities*, 39(6), 496-506.

Lampiran 1: GBPP Matematika Diskrit

Deskripsi Mata Kuliah:

Kuliah ini dirancang untuk memberikan landasan Matematika Diskrit dengan penguatan pada Logika Matematika, Probabilitas, dan Kombinatorika. Bagian awal dari perkuliahan terdiri atas materi logika, teori himpunan, dan teori bilangan. Sedangkan bagian kedua akan dititikberatkan pada masalah-masalah yang berhubungan dengan kombinatorika.

Pertemuan ke	Pokok Bahasan Sub Pokok Bahasan	Tujuan Instruksional Khusus	Alokasi Waktu	Pustaka
1	Logika Matematika	mahasiswa memahami metode pembuktikan dalam matematika	3x50 Menit	5). Hal. 1 – 42
2	Teori Himpunan	mahasiswa memahami himpunan bilangan-bilangan	3x50 Menit	3). Hal. 123 – 186 5). Hal. 47 – 92
3	Dasar-Dasar Teori Bilangan	mahasiswa memahami dasar Teori Bilangan	3x50 Menit	4). Hal. 103 – 162
4	Algoritma	mahasiswa dapat melakukan prosedur algoritma sederhana	3x50 Menit	2). Hal. 191 – 232 5). Hal. 175 – 222
5	Pembuktian Dalam Matematika	mahasiswa dapat melakukan berbagai metode pembuktian dalam matematika	3x50 Menit	4). Hal. 69 – 100
6	Induksi Matematika	mahasiswa dapat membuktikan dengan induksi	3x50 Menit	2). Hal. 311 – 377 5). Hal. 149 – 170
7	Probabilitas Diskrit	mahasiswa memahami maasalah probabilitas dalam matematika	3x50 Menit	2). Hal. 445 – 495

8	UAS			
9	Dasar-Dasar Kombinatorika	mahasiswa mengetahui dasar kombinatorika	3x50 Menit	1). Hal. 1 – 20.
10	Prinsip Pigeonhole	mahasiswa mampu menerapkan prinsip sarang merpati dalam kombinatorika	3x50 Menit	1). Hal. 26 – 39
11	Permutasi dan Kombinasi	mahasiswa dapat melakukan perhitungan permutasi dan kombinasi	3x50 Menit	1). Hal. 44 – 75
12	Koefisien Binomial	mahasiswa dapat menentukan koefisien binomial	3x50 Menit	1). Hal. 124 – 153
13	Prinsip Inklusi-Eksklusi	mahasiswa dapat menerapkan prinsip inklusi-eksklusi	3x50 Menit	1). Hal. 160 – 200
14	Relasi Rekurensi	mahasiswa mengetahui prinsip dasar relasi rekurensi	3x50 Menit	1). Hal. 206 – 228
15	Fungsi Pembangkit	mahasiswa dapat menentukan fungsi pembangkit	3x50 Menit	1). Hal. 235 – 259 4). Hal 381 – 389
16	UAS			

Lampiran 2: Satuan Acara Perkualiahan Mata Kuliah Matematika Diskrit

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA
UNIVERSITAS KRISTEN INDONESIA TORAJA
(UKI TORAJA)
Jl. Nusantara No. 12 Makale 91811
Telp. (0423)22468, 22887, 22073 Fax. 0423.22073

SATUAN ACARA PERKULIAHAN

A. Identitas Mata Kuliah

1. Nama Mata Kuliah : Matematika Diskrit
2. Kode Mata Kuliah : 306MKBM3
3. Bobot Kredit : 3 SKS
4. Semester : VI/2012
5. Kedudukan MK : Mata Kuliah Keilmuan dan Keterampilan
6. Mata Kuliah Prasyarat:
7. Dosen Pengampuh : Enos Lolang

B. Tujuan Instruksional Umum

Setelah menyelesaikan perkuliahan Matematika Diskrit, diharapkan mahasiswa dapat memahami pengertian objek-objek diskrit, dan cara-cara menyusun, menganalisa, dan menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan matematika diskritdalam kehidupan sehari-hari.

C. Tujuan Instruksional Khusus

Disesuaikan dengan masing-masing pokok bahasan

D. Strategi Perkuliahan

Pembelajaran dilakukan dengan metode ceramah/presentasi, diskusi, tanya jawab, dan pemberian tugas.

E. Kegiatan Belajar

- Tatap muka melalui ceramah/presentasi, diskusi, tanya jawab
- Kegiatan terstruktur meliputi pemberian tugas individu dan kelompok, pembuatan laporan, dan makalah
- Kegiatan mandiri
- Alat yang digunakan: *whiteboard, LCD Projector,* laptop

F. Rincian Materi

Pertemuan ke	Pokok Bahasan Sub Pokok Bahasan	Tujuan Instruksional Khusus	Metode	Media	Pustaka
1	Logika Matematika	mahasiswa memahami metode pembuktikan dalam matematika	Ceramah/presentasi, diskusi, penugasan	Whiteboard, spidol, proyektor lcd, laptop	6). Hal. 1 – 42
2	Teori Himpunan	mahasiswa memahami himpunan bilangan-bilangan	Ceramah/presentasi, diskusi, penugasan	Whiteboard, spidol, proyektor lcd, laptop	4). Hal. 123 – 186 6). Hal. 47 – 92
3	Dasar-Dasar Teori Bilangan	mahasiswa memahami dasar Teori Bilangan	Ceramah/presentasi, diskusi, penugasan	Whiteboard, spidol, proyektor lcd, laptop	5). Hal. 103 – 162
4	Algoritma	mahasiswa dapat melakukan prosedur algoritma sederhana	Ceramah/presentasi, diskusi, penugasan	Whiteboard, spidol, proyektor lcd, laptop	3). Hal. 191 – 232 6). Hal. 175 – 222
5	Pembuktian Dalam Matematika	mahasiswa dapat melakukan berbagai metode pembuktian dalam matematika	Ceramah/presentasi, diskusi, penugasan	Whiteboard, spidol, proyektor lcd, laptop	5). Hal. 69 – 100
6	Induksi Matematika	mahasiswa dapat membuktikan dengan induksi	Ceramah/presentasi, diskusi, penugasan	Whiteboard, spidol, proyektor lcd, laptop	3). Hal. 311 – 377 6). Hal. 149 – 170
7	Probabilitas Diskrit	mahasiswa memahami maasalah probabilitas dalam matematika	Ceramah/presentasi, diskusi, penugasan	Whiteboard, spidol, proyektor lcd, laptop	3). Hal. 445 – 495

8	UTS				
9	Dasar-Dasar Kombinatorika	mahasiswa mengetahui dasar kombinatorika	Ceramah/presentasi, diskusi, penugasan	Whiteboard, spidol, proyektor lcd, laptop	2). Hal. 1 – 20.
10	Prinsip Pigeonhole	mahasiswa mampu menerapkan prinsip sarang merpati dalam kombinatorika	Ceramah/presentasi, diskusi, penugasan	Whiteboard, spidol, proyektor lcd, laptop	2). Hal. 26 – 39
11	Permutasi dan Kombinasi	mahasiswa dapat melakukan perhitungan permutasi dan kombinasi	Ceramah/presentasi, diskusi, penugasan	Whiteboard, spidol, proyektor lcd, laptop	2). Hal. 44 – 75
12	Koefisien Binomial	mahasiswa dapat menentukan koefisien binomial	Ceramah/presentasi, diskusi, penugasan	Whiteboard, spidol, proyektor lcd, laptop	2). Hal. 124 – 153
13	Prinsip Inklusi-Eksklusi	mahasiswa dapat menerapkan prinsip inklusi-eksklusi	Ceramah/presentasi, diskusi, penugasan	Whiteboard, spidol, proyektor lcd, laptop	2). Hal. 160 – 200
14	Relasi Rekurensi	mahasiswa mengetahui prinsip dasar relasi rekurensi	Ceramah/presentasi, diskusi, penugasan	Whiteboard, spidol, proyektor lcd, laptop	2). Hal. 206 – 228
15	Fungsi Pembangkit	mahasiswa dapat menentukan fungsi pembangkit	Ceramah/presentasi, diskusi, penugasan	Whiteboard, spidol, proyektor lcd, laptop	2). Hal. 235 – 259 5). Hal 381 – 389
16	UAS				

Referensi

1) Richard A. Brualdi. 2004, *Introductory Combinatorics, 4th Edition*, Pearson Prentice Hall, New Jersey, USA.
2) Kenneth H. Rosen, 2012, *Discrete Mahematics and Its Applications, 7th Edition,* The McGraw-Hill Companies, Inc., New York.
3) Grimaldi, Ralph P., 2004, *Discrete and Combinatorial Mathematics, An Applied Introduction 5th edition,* Pearson-Addison Wesley, New York.
4) Ferland, Kevin. 2009, *Discrete Mathematics: An Introduction to Proof and Combinatorics,* Houghton Mifflin Company, New York.
5) Rinaldi Munir Munir, Rinaldi. 2009, *Matematika Diskrit,* edisi ketiga, Informatika, Bandung.
6) Sumber lainnya yang relevan

Lampiran 3: Bujursangkar Ajaib

```
MagicSquare[n_,pos_]:= Module[{},
m = Table[0, {i, 1, n}, {j, 1, n}];

Table[If[count==1, i=1; j= (n+1)/2; m[[i,j]]=1,
    i = i-1;j = j+1; If[(i==0 && j== n+1), i=i+2; j=j-1,
    If[i==0, i=n];
    If[j==n+1, j=1]];
    If[m[[i,j]] != 0, i=i+2; j=j-1];
    m[[i,j]]=count],{count, 1, n^2}];

Grid[{{Grid[m, Alignment-> {Center,Center},Dividers-> All, ItemSize->
{3, 2.5}, ItemStyle->{Bold, Black},Background->{{Automatic,{pos[[1]]-
>GrayLevel[.9]}},{Automatic,{(n-pos[[2]]+1)->GrayLevel[.9]}}}]}},
Alignment->{Center,Center}, ItemSize->{50,45}, Frame->True]];

Manipulate[pos={autorunposX,autorunposY};
Labeled[Style[MagicSquare[n,pos],"Label"],Style["Jumlah bilangan dalam
semua arah untuk bujursangkar ajaib
"<>ToString[n]<>"\[Cross]"<>ToString[n]<>"adalah"<>ToString[(n
(n^2+1))/2],"Label",Small],Top],{{n,3,"Ukuran"},1,13,2,ControlType-
>Slider},{{pos,{3,3},"Baris,
Kolom"},Slider2D[Dynamic[pos,(pos=#;{autorunposX,autorunposY}=#)&,Defaul
tStyle->{"Slider2D",Background->White}],{{1,1},{n,n},{1,1}},ImageSize-
>Tiny]&},{{autorunposX,3},1,n,1,ControlType-
>None},{{autorunposY,3},1,n,1,ControlType->None},AutorunSequencing-
>{{1,5},{3,2},{4,2}},SaveDefinitions->True]
```

Lampiran 4: Koefisien Binomial

```
Manipulate[
 With[{m = n},
 Pane[
 Text@Style[
 Grid@{{TraditionalForm[(x + y)^m], "=", Style[Defer@\!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(ki = 0\), \(m\)]\(TraditionalForm[
 Binomial[m, k]\
\*SuperscriptBox[\(x\), \(k\)]
\*SuperscriptBox[\(y\), \(m - k\)]]\)\), ScriptLevel -> 0]} /.
 m -> Style[m, Red, Bold] /. ki -> Style["k", Italic],
 {"", "", ""},
 {"", "=",
 Infix[Defer[
 TraditionalForm@(Binomial[m, #] x^# y^(m - #))] & /@
 Range[0, n], "+"]},
 {"", "", ""},
 {"", "=",
 Infix[TraditionalForm@(Binomial[m, #] x^# y^(m - #)) & /@
 Range[0, n], "+"]}}, 20], {800, 600}]],
 {{n, 4, "Pangkat n"}, Range[2, 150]}]
```

Lampiran 5: Fungsi Pembangkit

```
funcs = {{1/(1 - x), "Barisan bilangan 1"}, {x/(1 - x)^2,
 "Bilangan-bilangan asli"}, {(2 x)/(1 - x)^2,
 "Bilangan-bilangan genap"}, {(x (1 + x))/(1 - x)^2,
 "Bilangan-bilangan ganjil"}, {x/(1 - x)^3,
 "triangular numbers"}, {(2 x)/(1 - x)^3,
 "pronic numbers"}, {(x (x + 1))/(1 - x)^3,
 "Bilangan kuadrat"}, {(x^2 + x + 1)/(1 - x)^3,
 "centered triangular numbers"}, {(x^2 + 2 x + 1)/(1 - x)^3,
 "centered square numbers"}, {(x^2 + 3 x + 1)/(1 - x)^3,
 "centered pentagonal numbers"}, {(x^2 + 4 x + 1)/(1 - x)^3,
 "Bilangan heksagonal"}, {(x (x^2 + 10 x + 1))/(1 - x)^3,
 "star numbers"}, {(4 x^5 - 8 x^4 + 12 x^2 + 5 x + 1)/(1 - x)^3,
 Row[{"Kotak papan catur yang dapat dilewati kuda dalam",
 Style[" n", Italic],
 " langkah"}]}, {(x (x^2 + 4 x + 1))/(1 - x)^4,
 "Bilangan pangkat tiga"}, {x/(1 - x)^4,
 "Bilangan tetrahedral"}, {(x (10 x^2 + 12 x + 1))/(1 - x)^4,
 "truncated tetrahedral numbers"}, {(x (x + 1)^2)/(1 - x)^4,
 "Bilangan oktahedral"}, {(x (x^3 + 11 x^2 + 11 x + 1))/(1 - x)^4,
 "rhombic dodecahedral numbers"}, {(x (x^3 + 5 x^2 + 5 x + 1))/(1 -
 x)^4, "centered cubic numbers"}, {(x (x + 1))/(1 - x)^4,
 "square pyramidal numbers"}, {(x (3 x + 1))/(1 - x)^4,
 "hexagonal pyramidal numbers"}, {(x (x + 1) (x^2 + 10 x + 1))/(1 -
 x)^5, "Bilangan pangkat 5"}, {x/(1 - x)^5,
 "pentatope numbers"}, {(3 x)/(1 - x)^5,
 "tritriangular numbers"}, {x/(-x^2 - x + 1),
 "Bilangan Fibonacci"}, {1/((x - 1) (4 x - 1)),
 "rule 50 numbers"}, {1/((1 - 2 x) (1 - x^2)),
 "Baguenaudier numbers"}, {(x (x + 1))/((1 - x) (x^2 - 34 x + 1)),
 "square triangular numbers"}, {(x (1 - x)^3)/(-4 x^3 + 7 x^2 -
 5 x + 1), "column-convex polyominos"}, {x/(-x^3 - x^2 - x + 1),
 "Bilangan tribonacci"}, {(1 -
 x^2)/((-x^2 - x + 1) (-x^2 + x + 1)),
 "stack polyominos"}, {x/(-x^4 - x^3 - x^2 - x + 1),
 "Bilangan tetranacci"}, {-(((2 x + 1) (16 x^4 - 5 x - 1))/((x -
 1) (x + 1) (4 x - 1) (4 x + 1))),
 "rule 94 numbers"}, {x^4/((1 - x)^3 (1 - x^2)),
 "triangle counting numbers"}, {(1 - Sqrt[1 - 4 x])/(2 x),
 "Bilangan Catalan"}, {1/Sqrt[x^2 - 6 x + 1],
 "Bilangan Delannoy"}, {1/Sqrt[(x + 1) (1 - 3 x)],
 "central trinomial coefficients"}, {(-x + 1 -
 Sqrt[-3 x^2 - 2 x + 1])/(2 x^2),
 "Bilangan Motzkin"}, {1/4 (x - Sqrt[x^2 - 6 x + 1] + 1),
 Row[{"bracketings on ", Style["n", Italic], " numbers"}]}};
```

```
Manipulate[
 Pane[Column[{Text@Style[TraditionalForm[funcs[[index, 1]]], 36],
 Text@Style[funcs[[index, 2]], 18],
 Style[CoefficientList[Series[funcs[[index, 1]], {x, 0, terms}],
 x], 18]}, ItemSize -> {Automatic, {5, 3, 2}},
 Alignment -> {Left, Top}], {600, 300}], {{index, 2,
 "Pilih fungsi"}, 1, 38, 1}, {{terms, 6, "Banyaknya suku"}, 1, 200,
 1, Appearance -> "Labeled"}, SaveDefinitions -> True]
```

Lampiran 6: Soal Tes Awal

Lampiran 7: Soal Tes Akhir

Lampiran 8: Angket Motivasi